

定積分と図形の面積

関数 $f(x)$ のグラフと x 軸, $x=a$, $x=b$ で囲まれた部分の面積 S (図1) を求めてみよう. そのために, 図2のような面積を表す関数 $F(x)$ を考える. すると,

$$S =$$

となるので, $F(x)$ を表す式が分かれば S を求めることができる.

そこで, $F(x)$ を表す式を求めることを考えよう.

関数 $F(x)$ に対して, 図3のような状況を考える. このとき,

$$s_1 =$$

$$s_2 =$$

$$s_3 =$$

となるが, 図3よりあきらかに $s_2 < s_1 < s_3$ であるから,

両辺を h で割って

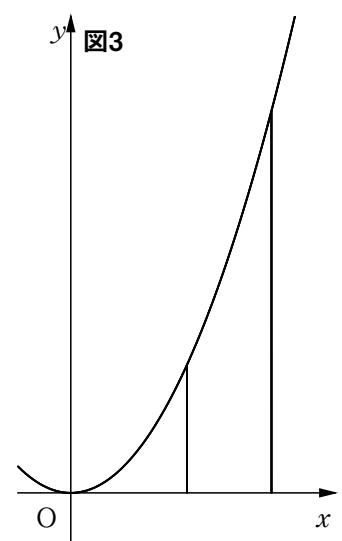
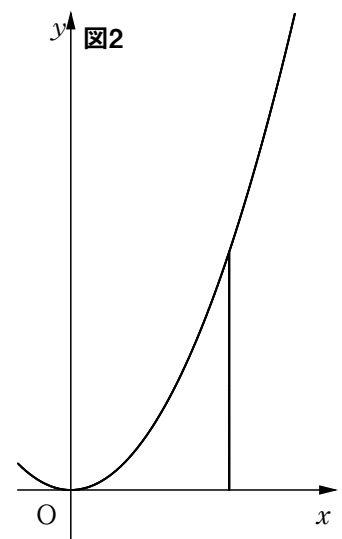
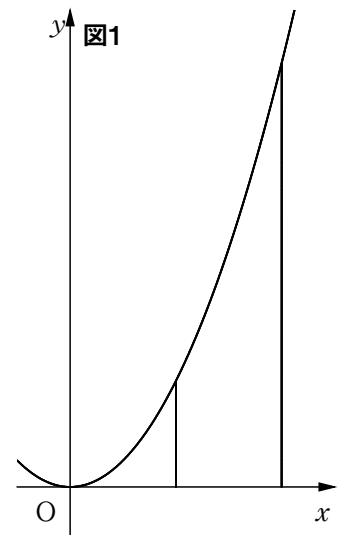
この式で h を限りなく 0 に近づけると, 左辺と右辺は $f(x)$ に近づくので

が成り立つ.

すなわち, $F(x)$ は微分すると $f(x)$ になる関数である.

この値を関数 $f(x)$ の a から b までの定積分といい,

で表す. すなわち,



注. 面積 S (図1) を求めるには $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ を求め, b を代入したものから a を代入したものを引けばよい.