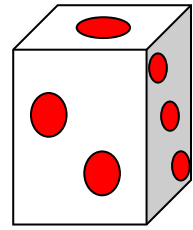


1 サイドタを振ろう！

右の図のように、高さが底面の縦と横より少し長いサイコロを「サイドタ」と呼ぶことにする。このサイドタを 240 回振って、出た目を下の記録用紙に記録しよう。



〔記録用紙〕

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				
E																				
F																				
G																				
H																				
I																				
J																				
K																				
L																				

上の記録用紙を見て、1の目が出た回数を

(i) 20回まで

(ii) 100回まで

(iii) 240回まで

に分けて、次の表に記入しよう。

	(i)	(ii)	(iii)
1の目が出た回数			

年 組 番 氏名

② サイドタの確率

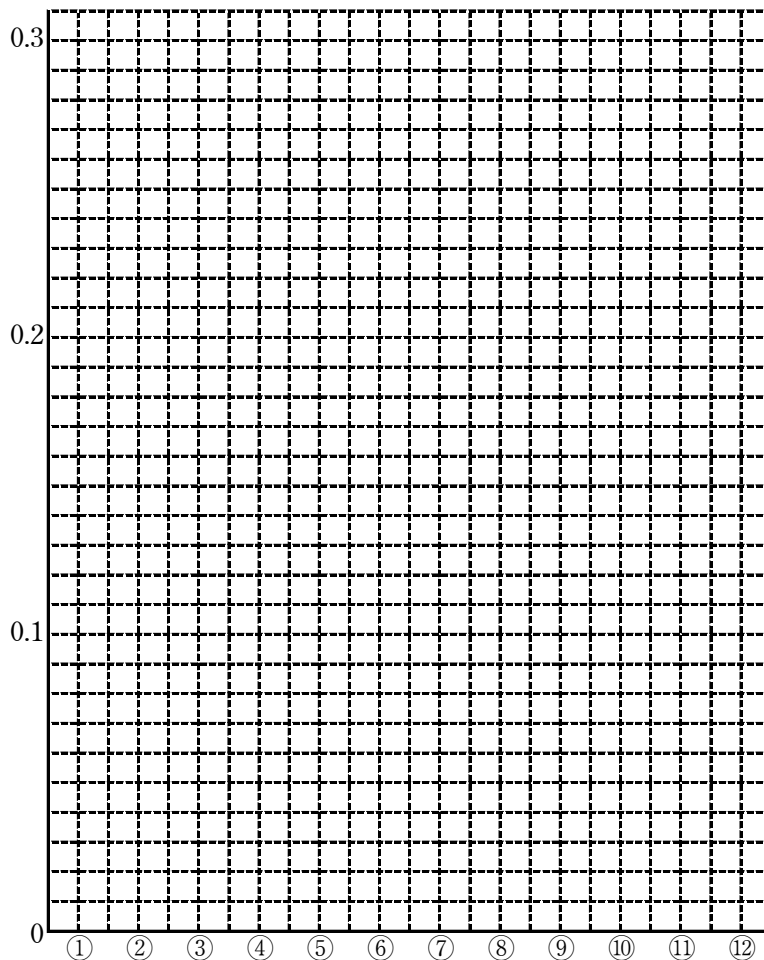
プリント「① サイドタを振ろう！」で1の目が出た回数を調べた。ここでは

- (i) 20回まで (ii) 100回まで (iii) 240回まで

の1の目が出た回数の相対度数（ここでは、 $\frac{1の目が出た回数}{振った回数}$ のこと）を計算して、グラフにする。相対度数（小数第2位まで求める）を計算して、次の表に記入しよう。

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮
(i)															
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮
(ii)															
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮
(iii)															

上の表をもとにして、下のグラフ用紙にグラフを描いてみよう。



年 組 番 氏名

③ 確率の意味

プリント「② サイドタの確率」で1の目が出た回数の相対度数
 $\left(\frac{1\text{の目が出た回数}}{\text{振った回数}}\right)$ を調べてグラフにした。その結果を見ると、投げる回数が増え
 ていくと相対度数の値のばらつきが小さくなってのが見て取れる。投げる回数をど
 んどん増やしていくと、相対度数の値はいくつに近づくと考えられるだろうか。

予想：

投げる回数を増やしていくとき、1の目が出た回数の相対度数
 $\left(\frac{1\text{の目が出た回数}}{\text{振った回数}}\right)$ の近づく値を「サイドタの1の目が出る確率」という。

確率

1回1回は予測することが困難で規則性などないように見えても、回数を増
 やしていけば、相対度数はしだいに安定してくる。このとき、相対度数はしだ
 いにある1つの値に近づいていく。この値をア という。

問題 次の表は、ある不規則な形のサイコロを振った実験の結果を示している。
 この結果から、1の目が出る確率を小数第2までの数値で表せ。

振った回数	200	400	600	800	1000	1200
1の目が出た回数	44	84	108	128	161	195

4 男子の生まれる確率

問題 次の表は、1974年から1983年までの日本の出生統計表である。

年	出生児数 (n)	男児数 (r)	相対度数 ($\frac{r}{n}$)
1974	2,029,989	1,046,538	0.516
1975	1,901,440	979,091	0.515
1976	1,832,617	943,829	0.515
1977	1,755,100	903,380	0.515
1978	1,708,643	879,149	0.515
1979	1,642,530	845,884	0.515
1980	1,576,889	811,418	0.515
1981	1,529,455	786,596	0.514
1982	1,515,392	777,855	0.513
1983	1,508,687	775,206	0.514

(1) この表から、男子の生まれる確率を小数第2位までの数値で求めよ。

(2) 女子の生まれる確率を小数第2位までの数値で求めよ。

(3) 男子の生まれる確率と女子の生まれる確率はどちらが大きいか。

5 たし算とひき算

問題 サイコロをつくったら、形がゆがんでしまった。この「変形サイコロ」を多数回振って、各目の出る確率を調べたところ、次の表のようになった。

目	1	2	3	4	5	6	計
確率	0.15	0.18	0.19	0.17	0.14	0.17	

このとき、次の各問いに答えよう。

- (1) 奇数の目が出る確率を求めよう。

- (2) 偶数の目が出る確率を求めよう。

- (3) 5以上の目が出る確率を求めよう。

- (4) 1または6の目が出る確率を求めよう。

- (5) 1または6の目が出る確率の和を求め、表を埋めよう。

6 試行と事象

ここで、教科書 (pp.28–39) を見て確率で使う用語を確認しておこう.

用語解説

試行…

事象…

全事象…

和事象…

余事象…

排反事象…

独立な試行…

反復試行…

確率 $P(A)$ …

排反事象の確率 $P(A \cup B)$ …

余事象の確率 $P(\bar{A})$ …

独立な試行の確率 $P(A) \times P(B)$ …

7 等確率である場合

普通のサイコロは均等に目が出るようにつくられているので、各目の出る確率は等しくなると考えられる。つまり、次の表のようになる。

目	1	2	3	4	5	6	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

このような場合、「サイコロの各々の目が出るという事象（これらを根元事象という）は等確率である（同様に確からしい）」という。

⇒注. 今後、サイコロといえば、このように正しくつくられたものを指すことにする。

サイコロを投げて偶数の目が出る確率は2, 4, 6の目が出る確率を加えればよいから、

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\text{ア}}$$

となる。すなわち、

$$\text{偶数の目が出る確率} = \boxed{\text{イ}}$$

となっている。

根元事象が等確率である（同様に確からしい）ときの確率

ある試行において、根元事象が等確率である（同様に確からしい）とする。このとき、事象 A が起こる確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \boxed{\text{ウ}}$$

となる。

8 エースである確率

例題 ジョーカーを入れたトランプ53枚から1枚引くとき、53通りの根元事象は等確率である（同様に確からしい）。引いたカードがエースであるという事象を A とするとき、

$$P(A) = \frac{\text{エースの枚数}}{\text{トランプ全部の枚数}} = \boxed{\quad}$$

問題① トランプ53枚から1枚引くとき、それがハートである確率を求めよ。

問題② 10本中当たりくじが3本入ったくじ引きで、2本同時に引くとき、次の各問いに答えよ。

(1) 2本とも当たりとなる確率を求めよ。

(2) 2本ともはずれとなる確率を求めよ。

(3) 1本が当たり、もう1本がはずれとなる確率を求めよ。

9 赤玉・白玉

問題 赤玉3個と白玉4個が入っている袋がある。よく混ぜてから3個の玉を同時に取り出すとき、次の各問いに答えよ。

(1) 赤玉2個，白玉1個が出る確率を求めよ。

(2) 3個とも白玉となる確率を求めよ。

(3) 3個とも同じ色の玉となる確率を求めよ。

(4) 少なくとも1個が赤玉となる確率を求めよ。

10 等確率かどうか

問題 ① 同じ硬貨を2枚投げたとき、1枚は表、もう1枚は裏となる確率を求めよ。

考え方 根元事象は何通りあるかを考えてみよう。

問題 ② 2個のサイコロを同時に振るとき、次の各問いに答えよ。

(1) 目の和が偶数になる確率を求めよ。

(2) 同じ目が出る確率を求めよ。

(3) 目の和が6または8になる確率を求めよ。

11 もとに戻さない場合

10 本中 3 本が当たりのくじがある。このくじを太郎、次郎の順に引くとき、2 人とも当たる確率を求める。いま、

当たりくじを A, B, C はずれくじを a, b, c, d, e, f, g と表すことにする。次の表に $\bigcirc, \triangle, \times$ を書き入れてみよう。

	A	B	C	a	b	c	d	e	f	g
A										
B										
C										
a										
b										
c										
d										
e										
f										
g										

\bigcirc : 2 人とも当たり \triangle : 1 人当たり, 1 人はずれ \times : 2 人ともはずれ

$$\text{2人とも当たる確率} = \frac{\text{2人とも当たりになる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}} = \boxed{\quad}.$$

この確率は次のように求めることもできる。

太郎が当たる確率は $\boxed{\quad}$ 太郎が当たったとき、次郎が当たる確率は $\boxed{\quad}$

となるので、これらをかけ合わせて $\boxed{\quad} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}.$

このことから、

「引き続いて行う場合の確率は、はじめの確率にその結果のもとでの次の確率をかけて得られる」

ということがいえる（これを確率の乗法定理という）。

12 何番目が有利か

問題 10本中3本が当たりのくじがある. このくじを太郎, 次郎, 三郎の順に引くとき, 3人のうち, 誰が一番有利だろうか. 次の中から予想してみよう.

- ① 太郎 ② 次郎 ③ 三郎 ④ 誰も有利ではない

13 もとに戻す場合

プリント「11 もとに戻さない場合」と同じくじにおいて、太郎が引いたくじをもとに戻してから次郎が引くことにする。このとき、太郎、次郎ともに当たる場合の確率を求める。次の表に ○, △, × を書き入れてみよう。

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>A</i>										
<i>B</i>										
<i>C</i>										
<i>a</i>										
<i>b</i>										
<i>c</i>										
<i>d</i>										
<i>e</i>										
<i>f</i>										
<i>g</i>										

○ : 2人とも当たり △ : 1人当たり, 1人はずれ × : 2人ともはずれ

$$\text{2人とも当たる確率} = \frac{\text{2人とも当たりになる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}} = \boxed{}$$

この確率は次のように求めることもできる。

太郎が当たる確率は $\boxed{}$

次郎が当たる確率は、太郎の当たり・はずれに関係なく $\boxed{}$

となるので、これらをかけ合わせて $\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$ 。

問題 太郎が当たり、次郎がはずれる確率を求めよ。

用語解説 太郎が引いたくじをもとに戻すので、「次郎がくじを引く試行」は「太郎がくじを引く試行」に影響を受けない。このとき、2つの試行は独立であるという。

14 同じことをくり返す場合

1 個のサイコロを 5 回続けて投げるとき、1 の目が (1) 1 回も出ない確率、
(2) 1 回だけ出る確率を求める。

(1) 5 回の試行のうち、1 の目が 1 回も出ない場合

$$\square \times \square \times \square \times \square \times \square = \square$$

(2) 5 回の試行のうち、1 の目が 1 回だけ出る場合は次の 5 通りある。

①					
②					
③					
④					
⑤					

①の場合の確率は $\square \times \square \times \square \times \square \times \square =$

②の場合の確率は $\square \times \square \times \square \times \square \times \square =$

同様にして、③、④、⑤の場合もそれぞれ \square である。

よって、1 の目が 1 回だけ出る確率は

$$\square + \square + \square + \square + \square = \square$$

となる。

15 反復試行

1個のサイコロを5回続けて投げるとき、1の目が(3) 2回出る確率を求める。

(3) 5回の試行のうち、1の目が2回出る場合は次の10通りある。

①						⑥					
②						⑦					
③						⑧					
④						⑨					
⑤						⑩					

①の場合の確率は $\square \times \square \times \square \times \square \times \square =$

同様に、②, ③, ..., ⑩の場合もそれぞれ \square である。

よって、1の目が2回出る確率は

$$\square + \square + \square + \square + \square = \square$$

となる。

一般に、1個のサイコロを5回続けて投げるとき、1の目が r 回出る場合は \square 通りある。したがって、1の目が出る回数が r 回、1の目が出ない回数が $(5-r)$ 回なので、1の目が r 回出る確率は $\square \times \square \times \square = \square$ となる。

用語解説 同じ試行を何回かくり返し行うとき、各回の試行は独立である。この一連の独立な試行をまとめて考えるとき、それを反復試行という。

16 反復試行の確率**反復試行の確率**

ある試行において,

事象 E の起こる確率: p 事象 E の起こらない確率: $q=1-p$

とする. この試行を n 回くり返すとき, 事象 E がそのうち r 回だけ起こる確率は

$${}^n C_r p^r q^{n-r} \quad (\text{ただし, } q=1-p)$$

となる.

問題 ① 1枚の硬貨を5回続けて投げるとき, 表がちょうど3回出る確率を求めよ.

問題 ② 二者択一問題が8問ある. いま, 8問ともでたらめに答えを選択するとき, ちょうど4問正解する確率を求めよ.

問題 ③ 5個のサイコロを同時に投げるとき, 3の倍数の目が4個以上出る確率を求めよ.

17 宝くじ1枚の価値は？

ある宝くじは1枚100円で売られており、賞金は次のようになっている。

1等	1000万円	3本
1等前後賞	250万円	6本
1等組違い賞	10万円	201本
2等	500万円	4本
2等組違い賞	5万円	268本
3等	100万円	5本
4等	10万円	340本
5等	1万円	2040本
6等	1000円	68000本
7等	100円	680000本

問題 この宝くじ1枚の価値はいくらだろうか。

18 福引券と割引

ある大売出しで、500 円につき 1 枚ずつ福引券がもらえる。この福引券には右の表のような賞金がついている。福引券をもらうのを断った場合には、500 円につき 25 円ずつ割引をしてもらえる。さて、福引券をもらうのと、割引をもらうのと、どちらが得だろうか。

	賞金	本数	確率
1 等	5000 円	1 本	
2 等	500 円	9 本	
3 等	100 円	90 本	
4 等	20 円	900 本	
合計		1000 本	1

2 通りの方法で考えてみよう。

考え方① 合計金額 ÷ 枚数

考え方② (金額 × 確率) の合計

19 新給与体系

期待値

X : ある試行の結果によって値の定まる変量

x_1, x_2, \dots, x_n : X のとりうる値 p_1, p_2, \dots, p_n : X がそれぞれの値をとる確率

このとき,

$$E = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n \quad \text{ここで, } p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

を変量 X の期待値という.

問題 ある会社の社長と社員の会話である.

社員 : 「社長, 子どもも生まれて, 生活が大変なんです.」

社長 : 「そうか. 君, 月給はいくらかね?」

社員 : 「ハイ! 28 万円です.」

社長 : 「よし! 君だけに次のような給与体系をつくろう.」

新給与体系

1. 毎月の給料日に自分でサイコロを振る.
2. サイコロの目が

1 または 2 のとき	月給 15 万円
3 または 4 または 5 のとき	月給 30 万円
6 のとき	月給 45 万円

社員 : 「私は着実な人生を送りたいのですが …」

社長 : 「まあ, そう言わずに単なるゲームだと考えて.」

さて, 社長の提案する新しい給与体系にしたがった方が得だろうか.

20 新・新給与体系

問題① プリント「19 新給与体系」の社員が次のような提案を社長にした。

新・新給与体系			
1. 毎月の給料日に自分でサイコロを振る。			
2. サイコロの目が			
1のとき	月給 10 万円	2のとき	月給 20 万円
3のとき	月給 30 万円	4のとき	月給 40 万円
5のとき	月給 50 万円	6のとき	月給 60 万円

社長の提案と比べて、どちらが得だろうか。

問題② 「正しいものには○を，誤っているものには×をつけよ」という形式の問題が5題出題されている．5題ともあえば 10点，4題ならば 5点，3題ならば 2点，2題以下ならば 0点 という採点法がとられるとき，まったくでたらめに○，×をつけた人の点数の期待値を求めよ．