

2024 年度 夏季講座 B

数学 III (極限・微分法・積分法)

の

計算基礎徹底

計算ドリル

共立女子高等学校

数列の極限 1

第 n 項が次の式で表される数列の極限を調べよ.

(1) $3n - 1$

(2) $7 - n^2$

(3) $-2 \cdot (-1)^n$

(4) 5^n

(5) $\frac{4}{3^n}$

(6) $3 - \frac{n}{2}$

(7) \sqrt{n}

(8) $1 - (-1)^n$

(9) $(-1)^{n+1} \cdot n^2$

(10) $\tan n\pi$

数列の極限 2

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 - 7n)$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} (-n^3 + 3n)$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{4n-3}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{5n+2}$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{2n^2-3n}$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+n-6}{n^2-4}$$

$$(7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3-2n+1}{6n^3+n^2}$$

$$(8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-4}{2n^2-1}$$

$$(9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7n^2+2}{n+9}$$

$$(10) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n - \frac{6n^2-n+8}{3n-2} \right)$$

数列の極限 3

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n}}{n+1}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n}{\sqrt{n^2 - n} + n}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n)$$

無限等比数列の極限

(1) ~ (5) は第 n 項が次の式で表される数列の極限を調べよ。また, (6) ~ (10) の極限を求めよ。

(1) $\left(\frac{1}{3}\right)^n$

(2) $\left(-\frac{1}{4}\right)^n$

(3) $(1.38)^n$

(4) $(-0.99)^n$

(5) $5\left(-\frac{4}{3}\right)^n$

(6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - 4^{n+1}}{4^n}$

(7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{3^n + 1}$

(8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 2}{4^n - 1}$

(9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - (-5)^n}{(-5)^n + 2^n}$

(10) $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - 4^n)$

無限級数

次の無限級数の和を求めよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n-1}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3^n} + \frac{1}{5^n}\right)$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-1)^n}{5^n}$$

無限等比級数

次の無限等比級数の収束，発散を調べ，収束するときはその和を求めよ。

(1) $-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots$

(2) $1 + 0.9 + 0.81 + \dots$

(3) $27 - 9 + 3 - \dots$

(4) $2 + 2\sqrt{3} + 6 + \dots$

(5) $(2 - \sqrt{2}) + (3\sqrt{2} - 4) + (10 - 7\sqrt{2}) + \dots$

関数の極限 1

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 5x - 8)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} (3x^3 - 4x + 1)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x - 1}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} 4^x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} \log_2 x$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + x - 2}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - 1)^2 - 1}{x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{2}{x - 1} + 2 \right)$$

関数の極限 2

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{4x - 3}}{x - 3}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x + 1} - 2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 - 4} - x}{x - 2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{4x - 3}}{\sqrt{x + 3} - 2}$$

関数の極限 3

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+4}{(x+3)^2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{3x-5}{(x+4)^2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x+2}{-x^2+x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}+0} \sqrt{4x-2}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{|4x|}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{x^2+2x}{|2x+4|}$$

関数の極限 4

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x-3}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x^3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{2}{x^2}\right)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x+1}\right)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right) \left(1 - \frac{2}{x^2}\right)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 1)$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + 3)$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - 5x)$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - x^3)$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3 - 5x + 1)$$

関数の極限 5

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x^2-3x+1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2+x}{x^3+4x^2+2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2+5x+2}{x^2+2x+3}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2+3x+3}{3x^2+x+1}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+4x+1}{-x^2+2x+1}$$

関数の極限 6

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x})$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} (x-1 - \sqrt{x^2-3x})$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2+1}}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-3x+1}}$$

関数の極限 7

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{5}\right)^x$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^x$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_5 x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow +0} \log_3 x$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_{\frac{1}{2}} 3x$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow +0} \log_{\frac{1}{4}} x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} (3^x - 5^x)$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x}{4^x - 3^x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \{\log_2(4x^2 + 1) - \log_2(x^2 + 2)\}$$

関数の極限 8

次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin 3x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin 2x}{x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2x - \pi) \tan x$$

微分法 1

次の関数を微分せよ.

(1) $y = x^8$

(2) $y = 3x^5$

(3) $y = -x^6 + 3x^4$

(4) $y = -3x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 7x + 4$

(5) $y = \frac{2}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{4}$

(6) $y = -x^{-4}$

(7) $y = 5x^{-7}$

(8) $y = -\frac{1}{x^5}$

(9) $y = 4x^3 - \frac{1}{x^2}$

(10) $y = \frac{x^2 - x - 2}{x^3}$

微分法 2

次の関数を微分せよ.

(1) $y = (3x + 2)(x^2 - 3)$

(2) $y = (2x^2 - 1)(x^2 - 3x + 4)$

(3) $y = (x^3 - x)(x^2 + 4)$

(4) $y = (2x - 1)(x^4 + 5x^2 - 3)$

(5) $y = (x^2 + x)(x^4 - 3x + 1)$

微分法 3

次の関数を微分せよ.

$$(1) y = -\frac{1}{x^3+x}$$

$$(2) y = \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x^2-4}$$

$$(3) y = \frac{x}{x^2-x+1}$$

$$(4) y = \frac{2x^2+x}{x^2-2}$$

$$(5) y = \frac{x^2}{4x^2-4x+3}$$

微分法 4

次の関数を微分せよ.

$$(1) \quad y = 3(x^3 + 4)^2$$

$$(2) \quad y = (2x^2 - 1)^5$$

$$(3) \quad y = (x^2 - 1)(x^2 + 9)^2$$

$$(4) \quad y = -\frac{1}{(x^2 + 3)^3}$$

$$(5) \quad y = \left(4x + \frac{1}{x^2}\right)^3$$

微分法 5

次の関数を微分せよ.

$$(1) y = -x^{\frac{6}{5}}$$

$$(2) y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$(3) y = 2x\sqrt[6]{x}$$

$$(4) y = 3x^{\frac{4}{3}} + 5x^{\frac{3}{8}}$$

$$(5) y = x\sqrt{x} + \frac{3}{x^3\sqrt{x^2}}$$

微分法 6

次の関数を微分せよ.

$$(1) y = \sqrt[3]{x^3 + 2x}$$

$$(2) y = -\frac{1}{\sqrt[3]{3x^2 + 1}}$$

$$(3) y = \sqrt{4x + 1} - \sqrt[4]{5x^2 - 2}$$

$$(4) y = (x + 1)\sqrt{x^2 - 5}$$

$$(5) y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

逆関数の微分法

次の関数について、 $\frac{dy}{dx}$ を x の式で表せ.

(1) $x = y^2 - 4y + 3$

(2) $x = (y + 2)^2 - 3$

(3) $x = \frac{1}{3y^3}$

(4) $x = \sqrt{y^2 + 4}$

三角関数・指数関数・対数関数の微分法 1

次の関数を微分せよ.

(1) $y = \sin x + \tan x$

(2) $y = \cos(1 - 2x)$

(3) $y = 2 \cos^3 x$

(4) $y = \sin(\cos x)$

(5) $y = \frac{1}{\cos^2 x}$

(6) $y = x^3 \tan 3x$

(7) $y = 3x \cos^3 2x$

(8) $y = \cos 3x \sin 5x$

(9) $y = \frac{2x}{\sin^2 x}$

(10) $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

三角関数・指数関数・対数関数の微分法 2

次の関数を微分せよ。ただし、 a は定数で、 $a > 0$, $a \neq 1$ とする。

(1) $y = \log(3x^3 + 5)$

(2) $y = \log|x^2 - x - 1|$

(3) $y = \frac{3}{x} \log x$

(4) $y = \log \left| \frac{x^2}{x^2 - 2} \right|$

(5) $y = \frac{1}{4}(\log 2x)^2$

(6) $y = \log_7 2x^2$

(7) $y = x \log_a x^3$

(8) $y = \log_x 2a$

三角関数・指数関数・対数関数の微分法 3

次の関数を微分せよ.

(1) $y = e^{-3x}$

(2) $y = e^{2x^2}$

(3) $y = 5^{x^2+1}$

(4) $y = 10^{\cos x}$

(5) $y = (3x+1)e^x$

(6) $y = e^{2x} \cos x$

(7) $y = \frac{1}{e^{2x} + e^{-2x}}$

(8) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

三角関数・指数関数・対数関数の微分法 4

次の関数を微分せよ.

(1) $y = \cos^3 x \sin 3x$

(2) $y = 2(\cos x + \sin x)^2(\cos x - \sin x)^2$

(3) $y = \sqrt{1 + \cos^2 x}$

(4) $y = \log \left| \frac{x-1}{x+1} \right|^2$

(5) $y = \log(x^2 \sqrt{x^2 - 2})$

媒介変数表示された関数の微分法

x の関数 y が, t を媒介変数として, 次の式で表されるとき, $\frac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ.

(1) $x = t^3 + 3, y = t^2 + t$

(2) $x = 2\sqrt{t}, y = \sqrt{2t - 1}$

(3) $x = \frac{t^2 - 1}{t}, y = \frac{1 - t}{t}$

(4) $x = t - \cos t, y = 1 - \sin 2t$

(5) $x = 2\cos^3 t, y = 5\sin^3 t$

陰関数の微分法

次の方程式で定められる x の関数 y について、 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。ただし、 y を用いて表してもよい。

(1) $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1$

(2) $x^2 - 6xy - y^2 = 7$

(3) $y^2 = x^3 + 3x^2$

(4) $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 4$

(5) $x = \frac{1}{\tan y}$

不定積分 1

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int 2x^6 dx$$

$$(2) \int \frac{5}{x^2} dx$$

$$(3) \int \frac{3}{x} dx$$

$$(4) \int \frac{6}{\sqrt[7]{x^4}} dx$$

$$(5) \int \left(8y^5 - \frac{4}{y^3} - 1 \right) dy$$

$$(6) \int \frac{x^4 - 5x^2 + 2}{x} dx$$

不定積分 2

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \left(\sqrt[4]{x^3} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$$

$$(2) \int x^2 \cdot \sqrt[5]{x^3} dx$$

$$(3) \int \left(\frac{2}{\sqrt{y}} - 1 \right)^2 dy$$

$$(4) \int \left(\frac{3-x}{x} \right)^2 dx$$

$$(5) \int \frac{(\sqrt{u} - 4)^2}{u} du$$

不定積分 3

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int 3\sin x dx$$

$$(2) \int \cos x dx$$

$$(3) \int \frac{2}{\cos^2 x} dx$$

$$(4) \int \frac{3}{\sin^2 x} dx$$

$$(5) \int (2\sin x + 3\cos x) dx$$

$$(6) \int \left(\frac{5}{\cos^2 x} + 2\cos x \right) dx$$

$$(7) \int (1 - \tan x) \cos x dx$$

$$(8) \int \frac{\tan x}{\sin x \cos x} dx$$

不定積分 4

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int 5e^x dx$$

$$(2) \int 2^x dx$$

$$(3) \int \frac{dx}{5^x}$$

$$(4) \int (7^x + e^x) dx$$

$$(5) \int e^{x+5} dx$$

$$(6) \int (e^{x+1} - 3^{x+2}) dx$$

$$(7) \int \frac{1-e^{2x}}{1-e^x} dx$$

$$(8) \int \frac{x \cdot 6^x - 2^x}{x \cdot 2^x} dx$$

不定積分の置換積分法 1

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int (5x+1)^4 dx$$

$$(2) \int \left(\frac{1}{2}x-3\right)^5 dx$$

$$(3) \int (5-3x)^6 dx$$

$$(4) \int \frac{dx}{(2x-7)^5}$$

$$(5) \int \sqrt[4]{x+1} dx$$

$$(6) \int \frac{2}{4x-1} dx$$

$$(7) \int \cos(3x-1) dx$$

$$(8) \int \frac{dx}{\cos^2(5x+2)}$$

$$(9) \int e^{\frac{1}{4}x+2} dx$$

$$(10) \int 5^{2x-1} dx$$

不定積分の置換積分法 2

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int (2x-1)(x+3)^6 dx$$

$$(2) \int \frac{x}{(x-5)^2} dx$$

$$(3) \int \frac{9x-7}{(3x-2)^4} dx$$

不定積分の置換積分法 3

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int x\sqrt{x+3} dx$$

$$(2) \int \frac{3x-1}{\sqrt{x+2}} dx$$

$$(3) \int \frac{x}{\sqrt{4-x}} dx$$

不定積分の置換積分法 4

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int 2x(x^2-3)^4 dx$$

$$(2) \int x^2 e^{x^3} dx$$

$$(3) \int \frac{(\log x)^4}{x} dx$$

$$(4) \int \sin^3 x \cos x dx$$

不定積分の置換積分法 5

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{3x^2}{x^3+1} dx$$

$$(2) \int \frac{x+2}{x^2+4x+1} dx$$

$$(3) \int \frac{dx}{x \log x}$$

$$(4) \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$(5) \int \frac{e^{-x}}{e^{-x}+3} dx$$

不定積分の部分積分法 1

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int x \cos x dx$$

$$(2) \int (x+3)e^x dx$$

$$(3) \int (2x-1)\sin 3x dx$$

$$(4) \int \log(x-3) dx$$

$$(5) \int \frac{\log x}{x^4} dx$$

不定積分の部分積分法 2

次の不定積分を求めよ.

(1) $\int (3x - 1)\sin 2x dx$

(2) $\int (6x + 5)e^{2x} dx$

(3) $\int \log(4x - 1) dx$

(4) $\int e^x \log(e^x + 2) dx$

不定積分の部分積分法 3

次の不定積分を求めよ.

(1) $\int x(\log x)^2 dx$

(2) $\int x^2 \sin x dx$

(3) $\int e^x \cos x dx$

分数関数の不定積分

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{x+5}{x+2} dx$$

$$(2) \int \frac{x^2-4x-2}{x-3} dx$$

$$(3) \int \frac{dx}{(x-1)(x+3)}$$

$$(4) \int \frac{dx}{x^2-4x-5}$$

$$(5) \int \frac{5x-2}{x^2-4} dx$$

三角関数の不定積分

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} dx$$

$$(2) \int (\sin x + \cos x)^2 dx$$

$$(3) \int \tan x \sin 2x dx$$

$$(4) \int \sin 7x \sin x dx$$

$$(5) \int \sin^3 x \cos^2 x dx$$

定積分 1

次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_1^2 \frac{dx}{x^4}$$

$$(2) \int_2^0 \sqrt[5]{x^2} dx$$

$$(3) \int_1^9 \frac{dy}{\sqrt{y^5}}$$

$$(4) \int_1^4 x^2 \sqrt{x} dx$$

$$(5) \int_0^1 (\sqrt[7]{x^4} - 6\sqrt[3]{x} + 3) dx$$

$$(6) \int_1^e \left(\frac{x+3}{x}\right)^2 dx$$

$$(7) \int_2^6 \frac{dx}{(x+1)(x+3)}$$

$$(8) \int_5^{11} \frac{dx}{x^2-4}$$

定積分 2

次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$$

$$(2) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{\sin^2 t}$$

$$(3) \int_0^2 e^{2x} dx$$

$$(4) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (2\cos x + 3\sin x) dx$$

$$(5) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$$

$$(6) \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \tan^2 2x dx$$

$$(7) \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\sin x \cos x dx$$

定積分の置換積分法 1

次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^1 (3x-2)^4 dx$$

$$(2) \int_{-1}^2 x\sqrt{x+2} dx$$

$$(3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$$

定積分の置換積分法 2

次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\frac{3}{2}} \sqrt{9-x^2} dx$$

$$(2) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

$$(3) \int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$$

定積分の部分積分法 1

次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\pi} x \cos x dx$$

$$(2) \int_1^2 x \log x dx$$

$$(3) \int_0^1 x e^{2x} dx$$

$$(4) \int_0^{\frac{\pi}{8}} (x+5) \sin 4x dx$$

$$(5) \int_{-2}^1 (x+2)(x-1)^3 dx$$

定積分の部分積分法 2

次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_1^3 x^2 \log x \, dx$$

$$(2) \int_1^e \frac{\log x}{x^3} \, dx$$

$$(3) \int_{-3}^1 \log(x+4) \, dx$$

$$(4) \int_0^\pi x^2 \sin x \, dx$$

