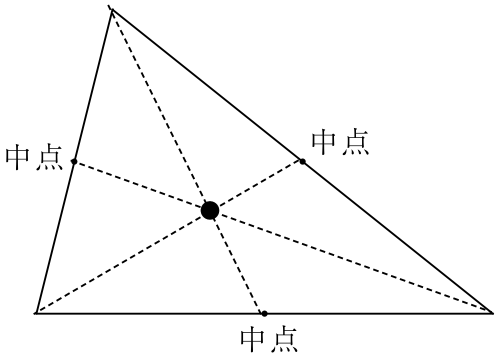
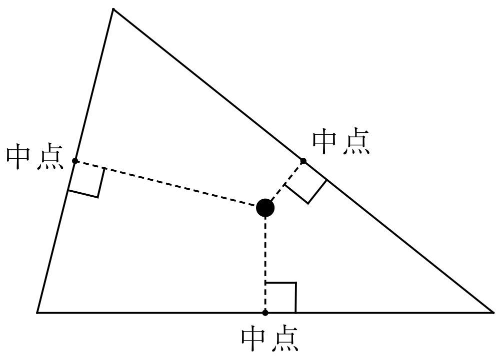
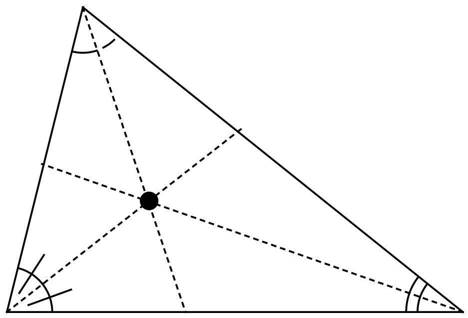
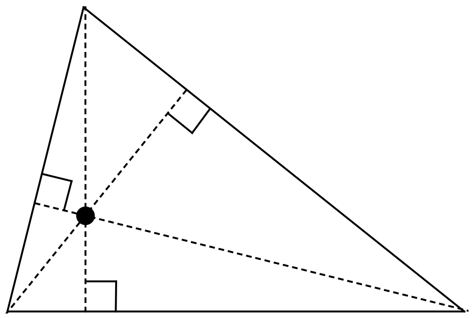
1 コマをつくろう！

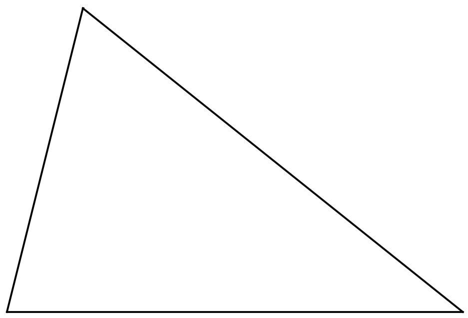
三角形の厚紙に穴を開けて心棒を通し，コマをつくりたい．どこに心棒を通せばよいだろうか．

①


②


③


④


⑤


上の ①～⑤ の中から選んでみよう．⑤ の場合は心棒を通す点を書き入れよ．

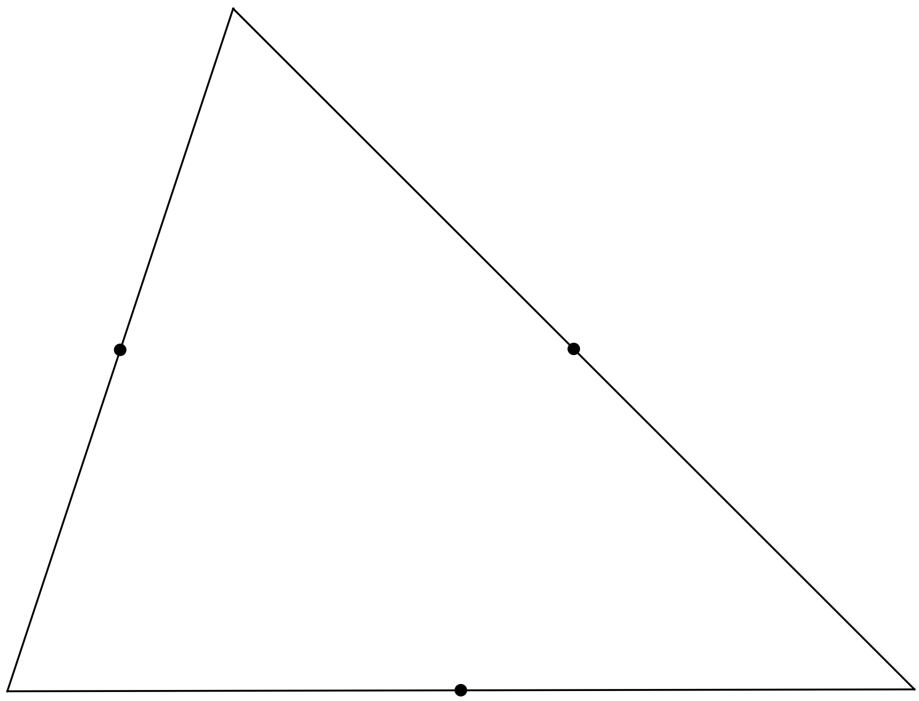
答え：

2 三角形の重心

三角形の 1 つの頂点とそれに対する辺の中点とを結ぶ線分を ア［　　］ という．三角形の 3 本の ア［　　］ は 1 点で交わる．この交点のことを，その三角形の イ［　　］ という．

また，三角形の イ［　　］ は，それぞれの ア［　　］ を ウ［　　］ の比に分ける．

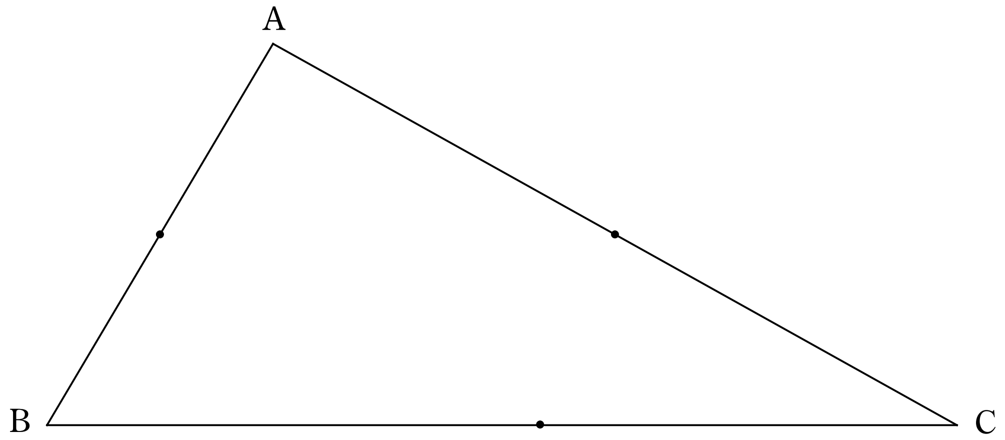
例題　次の三角形の重心を求める．●は各辺の中点である．



問題　上の例題で得た重心が，それぞれの中線を2:1の比に分けることを確認せよ．

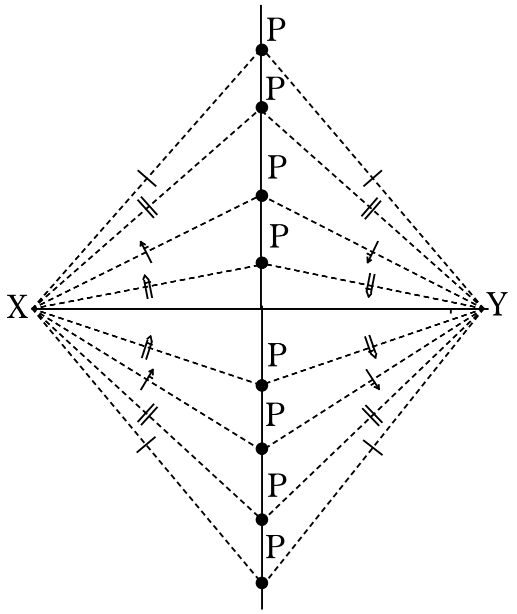
$\boxed{3}$ 病院はどこに？

A 市，B 市，C 市の 3 市の共同出資により，病院を設立することになった．建設地は，A 市からも，B 市からも，C 市からも等しい距離の場所にしたいという．どこに建設すればよいだろうか．



参 考　線分 XY の垂直二等分線上に点 P をとると，PX=PY となる．

逆に，PX=PY となるような点 P は，必ず線分 AB の垂直二等分線上にある．

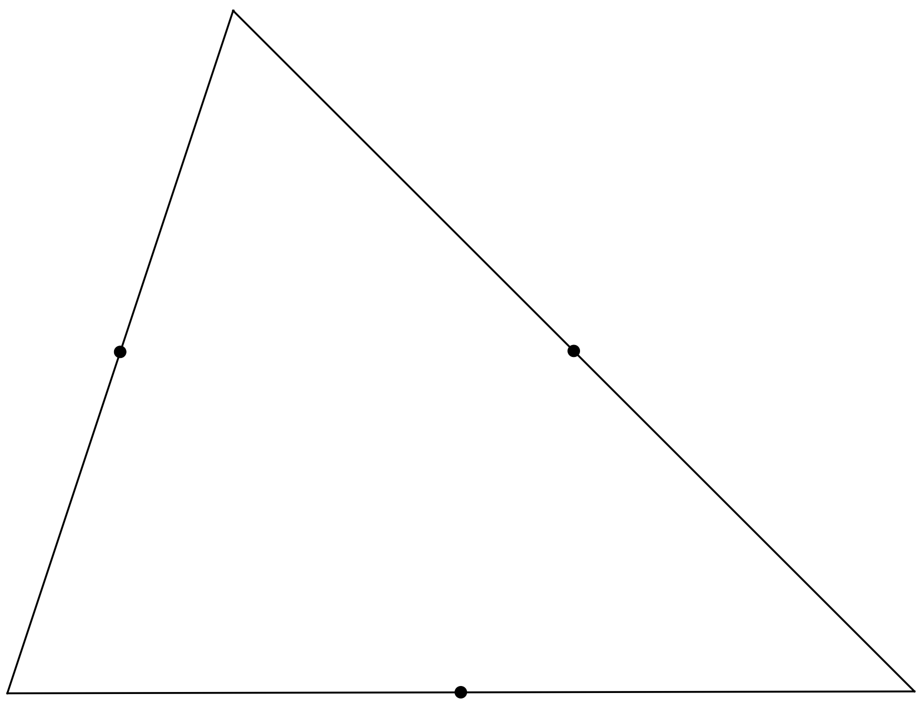


4 三角形の外心と外接円

三角形の各辺の [ア] は 1 点で交わる．この交点のことを，その三角形の [イ] という．

また，三角形の [イ] は，三角形の 3 つの頂点から [ウ] にある．このことから，三角形の [イ] を中心とし，三角形の 3 つの頂点を通る円をかくことができることがわかる．この円を三角形の [エ] という．

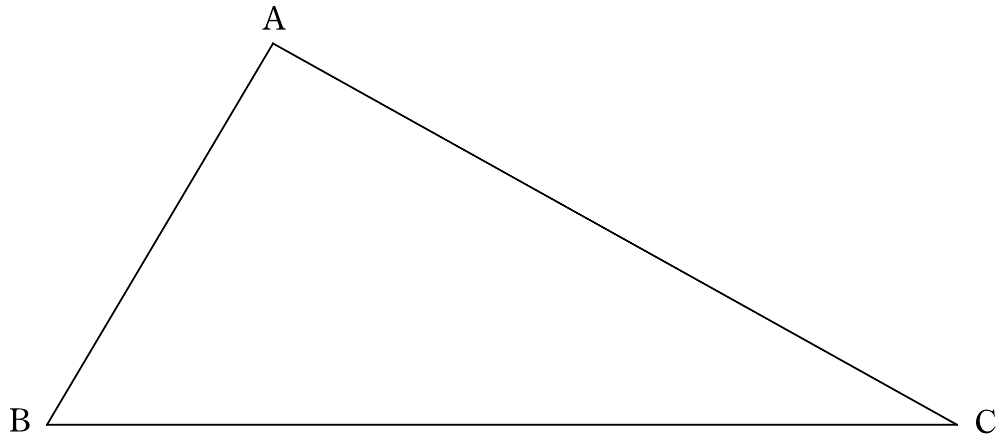
例 題　次の三角形の外心を求める．●は各辺の中点である．



問 題　上の例題で得た外心が，三角形の 3 つの頂点から等しい距離にあることを確認し，外接円をかけ．

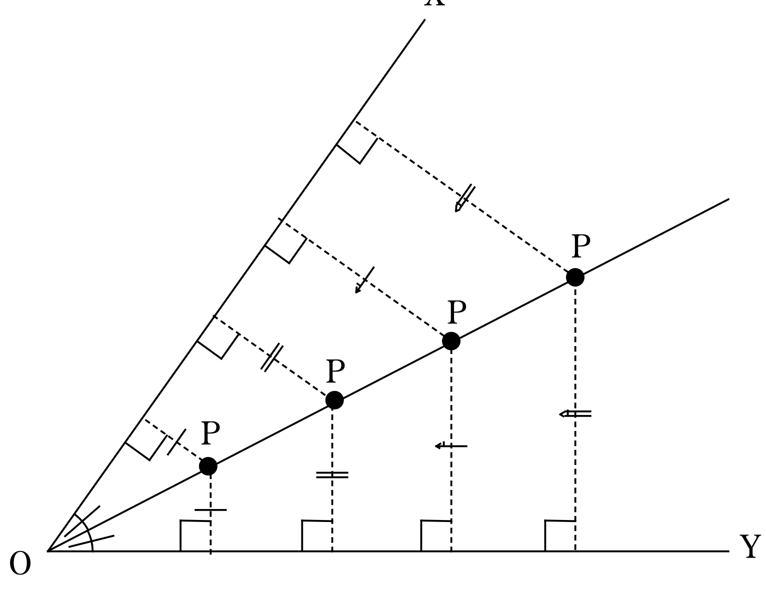
5 海岸から等しい距離にある家

南の海に三角形の島がある．この島の 3 つの海岸線から等しい距離の場所に家を建てようと思う．島のどこに建てたらよいだろうか．



参考　2 つの半直線 OX, OY のなす角 ∠XOY の二等分線上に点 P をとると，P からそれぞれの半直線に下ろした垂線の長さは等しい．

逆に，∠XOY の内部にあり，2 つの半直線に下ろした垂線の長さが等しい点は ∠XOY の二等分線上にある．

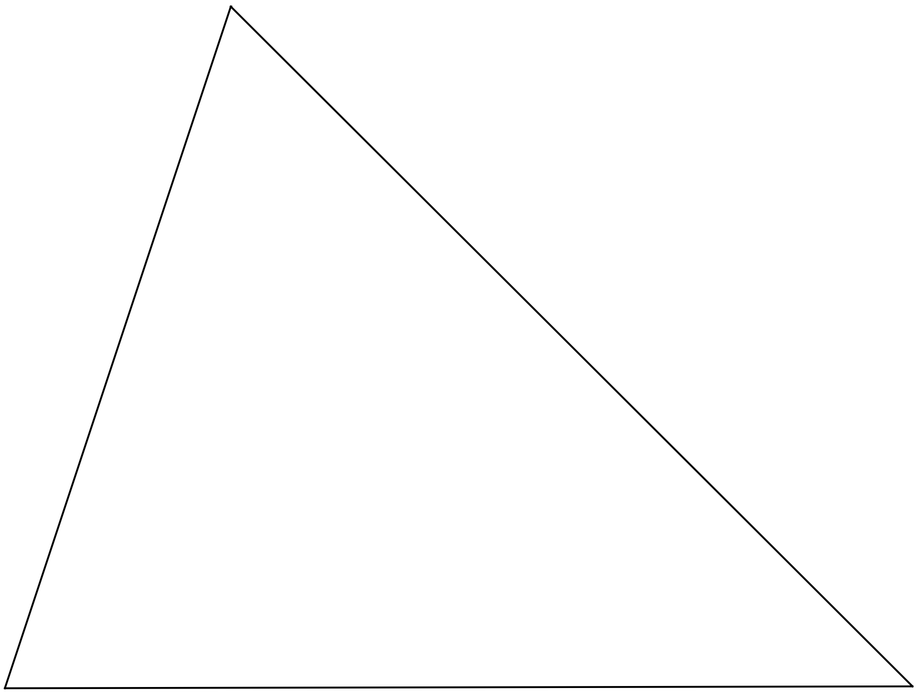


$\boxed{6}$ 三角形の内心と内接円

三角形の3つの内角の $\boxed{\text{ア}\qquad\qquad}$ は1点で交わる．この交点のことを，その三角形の $\boxed{\text{イ}\qquad\qquad}$ という．

また，三角形の $\boxed{\text{イ}\qquad\qquad}$ は，三角形の3つの辺から $\boxed{\text{ウ}\qquad\qquad}$ にある．このことから，三角形の $\boxed{\text{イ}\qquad\qquad}$ を中心とし，三角形の3つの辺に接する円をかくことができることがわかる．この円を三角形の $\boxed{\text{エ}\qquad\qquad}$ という．

例題 次の三角形の内心を求める．

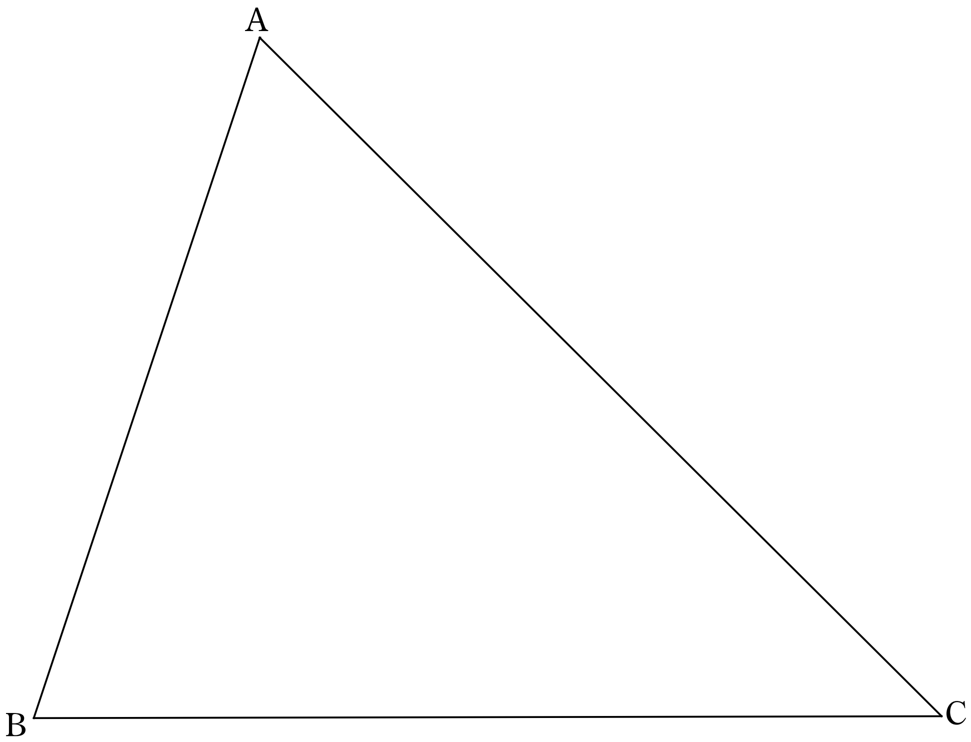


問題 上の例題で得た内心が，三角形の3つの辺から等しい距離にあることを確認し，内接円をかけ．

7 落とし穴

英昭くんは，点 B から直線 AC に向かって，AC に垂直に歩いた．続けて，点 C から直線 AB に向かって，AB に垂直に歩いた．そして，その交点に落とし穴を掘った．

次の日，英昭くんは前日に落とし穴を掘ったのを忘れて，点 A から直線 BC に向かって，BC に垂直に歩いた．



問題　英昭くんは自分の掘った落とし穴に落ちるだろうか？

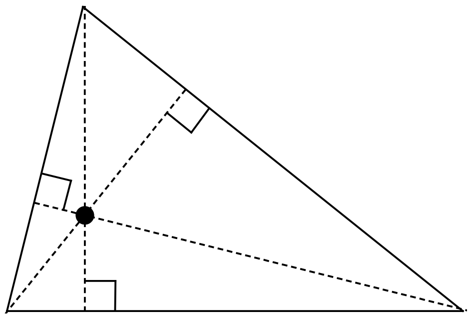
① 落ちる　　② 落ちない

三角形の 3 つの頂点から対辺に下ろした ア［　　］ は 1 点で交わる．この交点のことを，その三角形の イ［　　］ という．

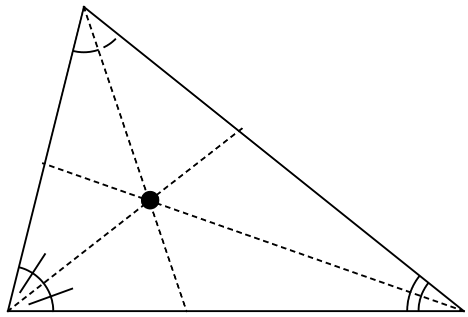
8 三角形の 4 つの心

三角形には「重心」,「外心」,「内心」,「垂心」という 4 つの点がある.

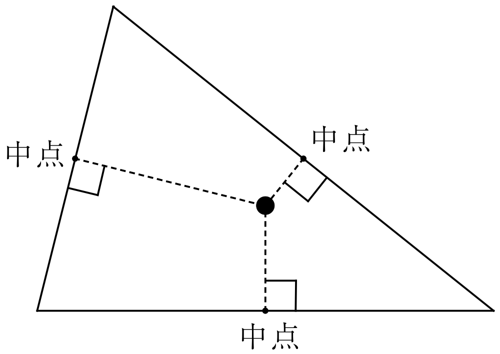
問 題 次の図の●が上の 4 点のうちのどれを表しているか答えよ.



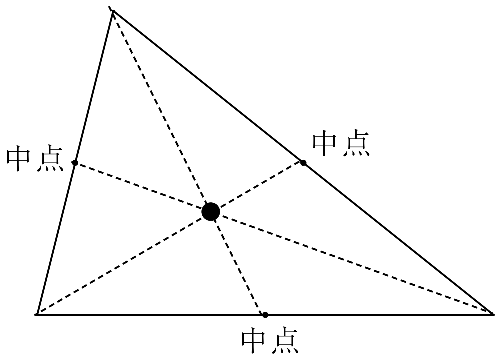
ア



イ



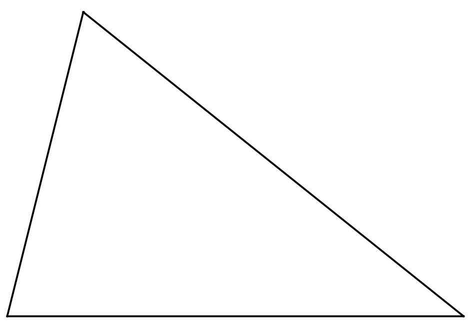
ウ



エ

参 考 実は，三角形にはもう 1 つ心がある．三角形の 1 つの内角と 2 つの外角の二等分線の交点は 1 点で交わる．この交点をその三角形の「傍心」という．傍心は 1 つの三角形に対して 3 つ存在する．

また，傍心は三角形の「傍接円」の中心となっている．

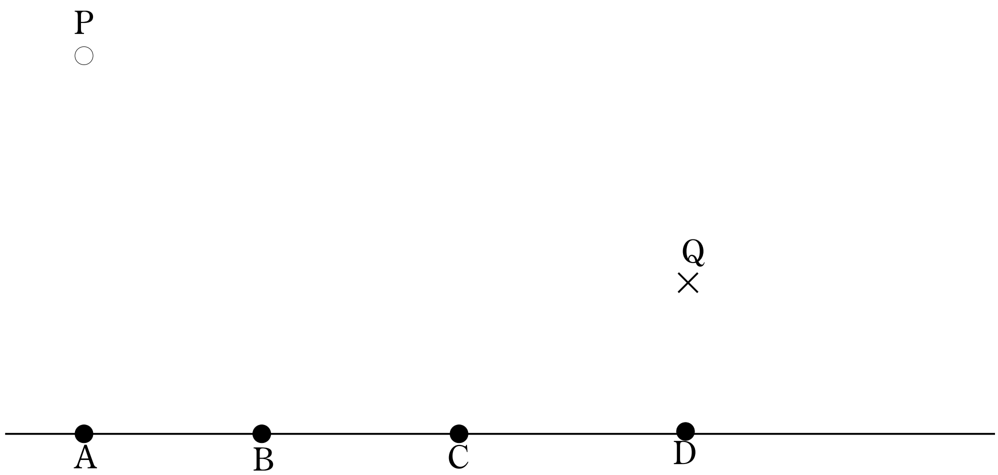


$\boxed{9}$ どこで水を飲んだらよいか？

点 P にいる英昭くんが,

「今から, 川で水を飲んで家（点 Q）に帰りたいけど, 川のどこで水を飲んだら道のりが一番短くなるかな･･･.」

と考えている. どこで水を飲んだらよいだろうか？　考えてみよう.



問題　3 点 A, B, C, D のどこで水を飲むとよいだろうか？　また, その理由も答えよ.

① A　　② B　　③ C　　④ D

理由：

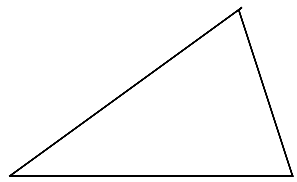
10 ここで水を飲もう！

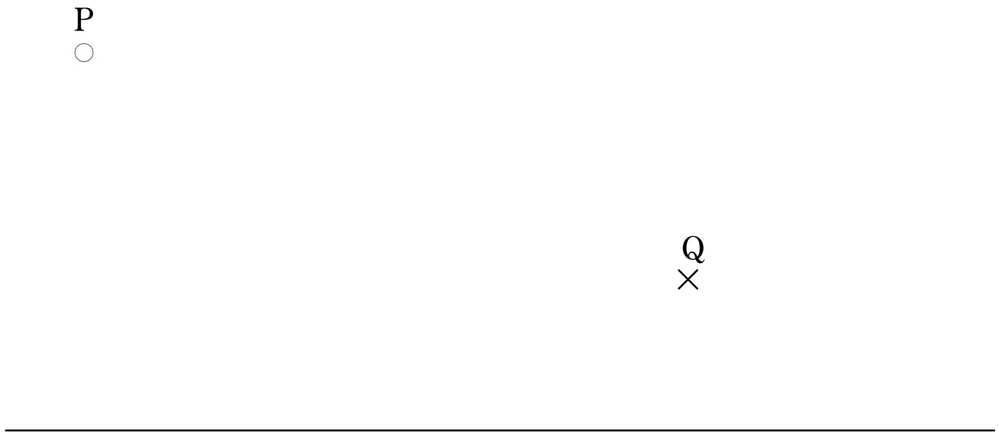
プリント「9 **どこで水を飲んだらよいか？**」で英昭くんが水を飲む場所を考えた．その場所が決まる理由を数学的に考察してみよう．

水を飲む場所を決めるには，誰もが当たり前だと感じている次の事実が使われる．

三角形の２辺の和

三角形の２辺の和は，残りの辺より大きい．

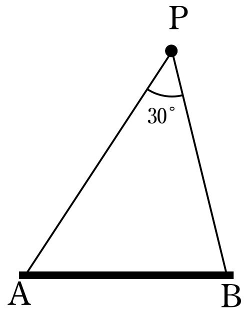




問題 右図のように，両岸が平行な川があり，川をへだてて２地点 A，B がある．岸に垂直な橋をかけて，A から B にいくとき，道のりが最小になるにはどの位置に橋をかければよいか．

11 シュートはどこから？

点 P が線分 AB を見込む角が30° とは，右図のように ∠APB＝30° となることをいう．



英昭くんは，ゴールを見込む角が30° であれば確実にゴールを決めることができるという． 英昭くんが確実にゴールをできるラインはどのようなラインになるだろうか？

ゴール

この結果から，線分 AB を見込む角が等しい 2 点 P，Q および線分 AB の端点 A，B は同一の ［ア　　　］ にあることがわかる．この事実を ［イ　　　　　］ の ［ウ　　　］ という．

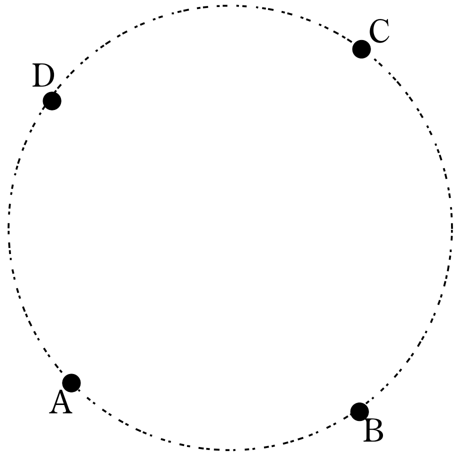
⑫ 4 点を通る円

プリント「⑪ **シュートはどこから？**」で学んだ円周角の定理の逆から次の事実がわかる．

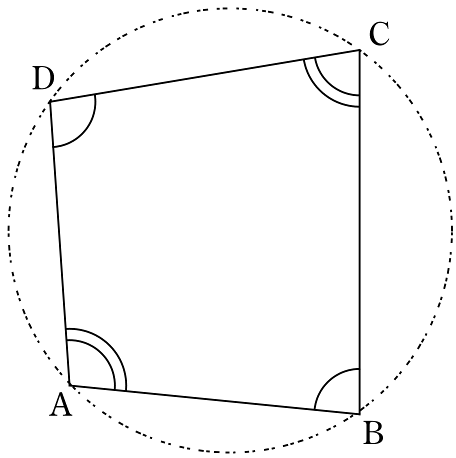
❶　右図の 4 点 A，B，C，D が同一円周上にあるための必要十分条件は，

$$\angle ACB = \angle ADB$$

となることである．



❷　四角形の向かい合う内角の和が180° ならば，その四角形は円に内接する．



また，円に内接する四角形の向かい合う内角の和が180° であることを考え合わせると，次の事実がわかる．

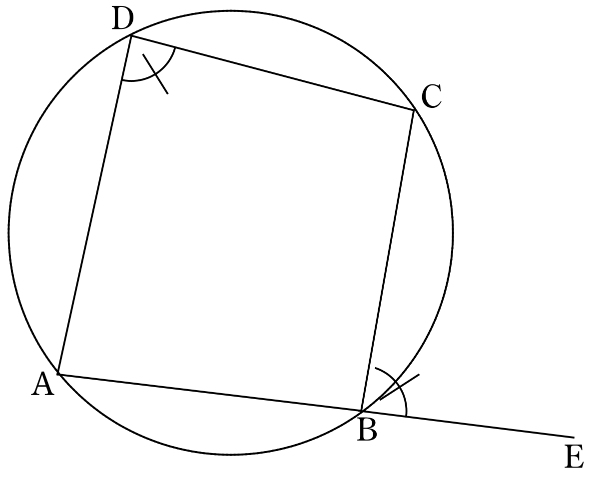
❸　四角形が円に内接するための必要十分条件は，向かい合う内角の和が180° になることである．

✎注　3 点を通る円は必ず存在するが，4 点を通る円は上の ❶ が成り立たなければ存在しない．

問 題　3 点を通る円は必ず存在するのはなぜだろうか．その理由を答えよ．

13 弦と接線

円に内接する四角形には「1 つの内角とそれに向かい合う角の外角が等しい」という性質があった.



上の図において，点 B を円周上を点 A まで動かしてみよう.

点 B を動かしている間, つねに ア が成り立っている.

そして, 点 B が点 A に重なったとき, 四角形 ABCD は イ になる.

このとき, 直線 AE は点 A の 1 点だけを円と共有しているので, 円の ウ である．また, ア より エ が成り立つことがわかる.

以上のことをまとめると，次のようになる.

「円の接線とその接点を通る弦がつくる角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しい」

この事実を オ という.