ベ　ク　ト　ル

検　印

「ベクトル」では次のことを学習しました．これらについて，以下の質問に答えてください．

2 次元ベクトル	3 次元ベクトル	成分表示	有向線分表示
ベクトルの演算	1 次結合	内積	位置ベクトル
ベクトル方程式	平面図形への応用	空間図形への応用	

質問❶　どの内容がよく理解できましたか．上の項目から選択してください．

質問❷　どの内容がよく理解できませんでしたか．上の項目から選択してください．

質問❸　どの内容を楽しく学ぶことができましたか．上の項目から選択してください．

質問❹　どの内容を楽しく学ぶことができませんでしたか．上の項目から選択してください．

質問❺　「ベクトル」の学習を振り返り，良かった点，悪かった点を自由に記述してください．

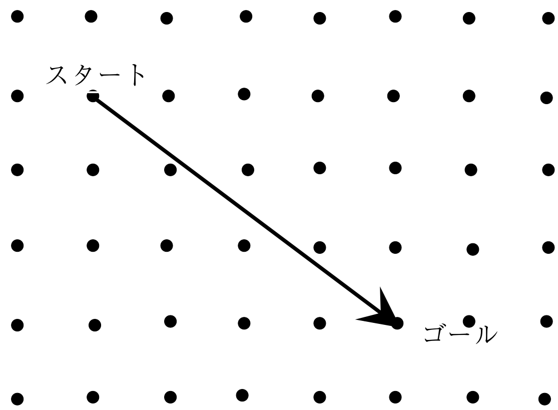
年　　組　　番　氏名

1 ベクトルと変位

1 変位

右図の「スタート」から「ゴール」まで点が移動したとする．このとき，点は右へ ア ，上へ イ 動いたことになる．これを，次のように数の組で表すことにする．

ウ



参考　点のこのような移動を**変位**という．

2 ベクトル

変位のように複数の数の組で表されるものを エ という．ベクトルを1つの文字を使って表すときは， オ や カ などと書く．上の場合を例にとると，次のように書くことになる．

キ

2つのベクトル $\vec{a}=(a_1, a_2)$，$\vec{b}=(b_1, b_2)$ が**等しい**ということを，次のように定める．

ク

問題① 次のそれぞれのベクトルの中で等しいものを答えよ．

$$\vec{a}=(1, 2),\quad \vec{b}=(2, 1),\quad \vec{c}=(1, 2),\quad \vec{d}=(-1, -2),\quad \vec{e}=(-2, -1)$$

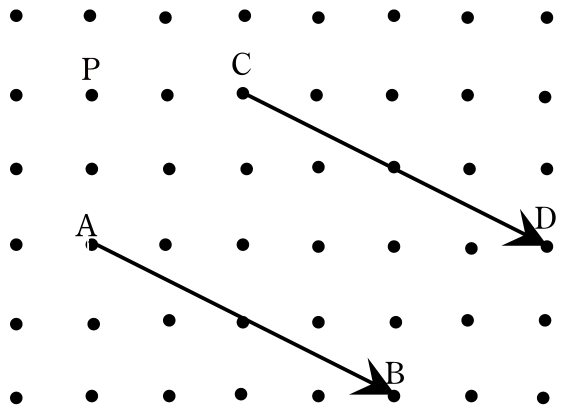
ベクトルを $\vec{a}=(a_1, a_2)$ の a_1 や a_2 を ケ という．また，$\vec{a}=(a_1, a_2)$ のような表し方をベクトルの コ という．

特に，成分がすべて0のベクトル，すなわち，ベクトル $(0, 0)$ を サ といい， シ で表す．つまり， ス

また，$\vec{a}=(a_1\,,\,a_2)$ に対して，ベクトル $(-a_1\,,\,-a_2)$ を $\vec{a}$ の［セ　　　　　］といい，［ソ　　　］で表す．つまり，［タ　　　　　　　］

3　ベクトルの矢線表示（有向線分表示）

変位を表したときのように，ベクトルを矢線で図示することがある．このような表し方を，ベクトルの［チ　　　　　　　　］または，［ツ　　　　　　　　］という．また，矢のない側を**始点**，矢のある側を**終点**という．



右図の場合，$\vec{a}$ を［テ　　　］とも書く．右図において，

$\overrightarrow{AB}=$［ト　　　　］，　$\overrightarrow{CD}=$［ナ　　　　］

ベクトルは対応する成分が等しければ，等しいので

［ニ　　　　　　　］

図で言うと，矢線の向きが同じで，矢線の長さが等しいということ．

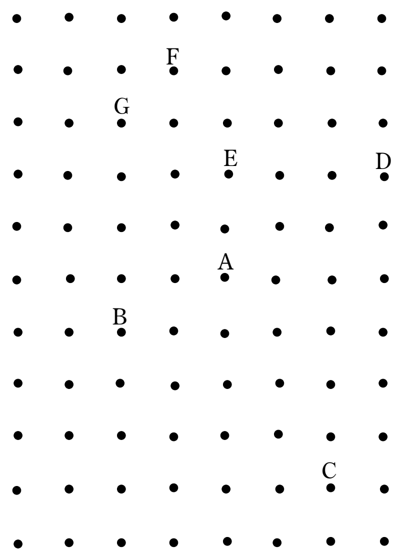
注．(1)　零ベクトルの矢線表示は，始点と終点が重なったもの（つまり点）となる．
例えば，$\overrightarrow{PP}=\vec{0}$ は零ベクトルである．

(2)　逆ベクトルの矢線表示は，もとのベクトルの始点と終点を逆にしたものとなる．例えば，$\overrightarrow{AB}$ の逆ベクトルは $\overrightarrow{BA}$ である．つまり，$\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}=-\vec{a}$．

問題②　右図のように点A，B，C，…，G が与えられたとき，次の各問いに答えよ．ただし，1 目盛りは 1 とする．

(1)　点 A を始点として $\vec{a}=(-2\,,\,3)$，$\vec{b}=(0\,,\,-4)$，$-\vec{a}$ を矢線表示せよ．

(2)　$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{FG}$，$\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{AA}$ のそれぞれを成分表示せよ．



年　　組　　番　氏名

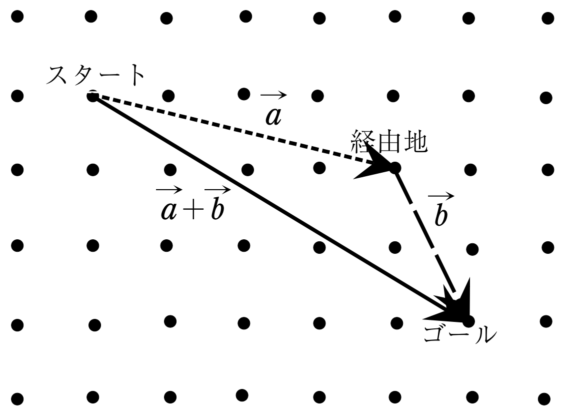
2 ベクトルの演算

1 ベクトルの和

2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ の和 $\vec{a}+\vec{b}$ を次のように定める.

$\vec{a}+\vec{b}=$ ア [　　　　]

これは，変位を使って説明すると，次のようになる．右図において，



$\vec{a}=$ イ [　　　　]，$\vec{b}=$ ウ [　　　　]

$\vec{a}$ で表される変位と $\vec{b}$ で表される変位を続けて行うことは，スタートからゴールへの変位 エ [　　　　] と同じことになる．つまり，

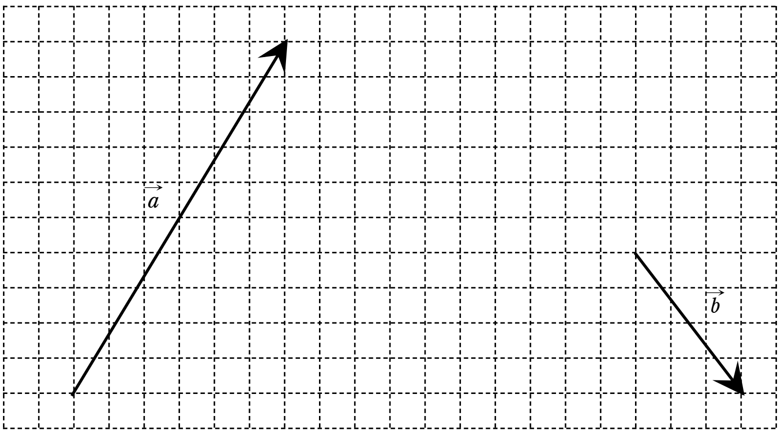
オ [　　　　]

問 題① 次のベクトルの和 $\vec{a}+\vec{b}$ を求めよ.

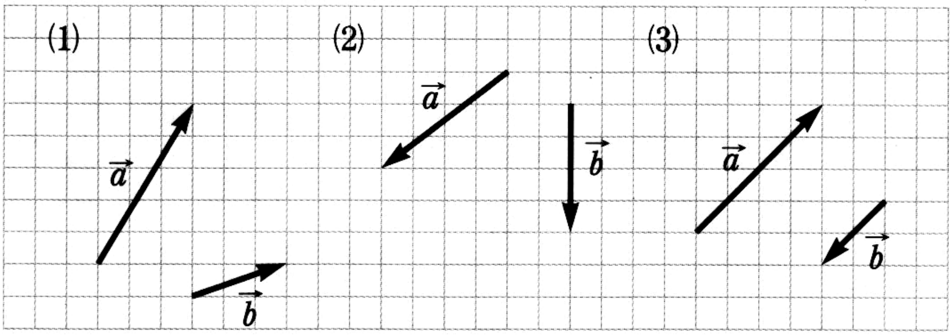
(1) $\vec{a}=(5,\ 7)$，$\vec{b}=(3,\ 2)$　　(2) $\vec{a}=(4,\ 3)$，$\vec{b}=(-1,\ 2)$

2 ベクトルの和の矢線表示

ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の和 $\vec{a}+\vec{b}$ の矢線表示は，$\vec{a}$ の終点に $\vec{b}$ の始点を重ね，$\vec{a}$ の始点と $\vec{b}$ の終点を結ぶことで得られる.



問 題② $\vec{a}$，$\vec{b}$ が次のように与えられたとき，$\vec{a}+\vec{b}$ を矢線表示せよ.

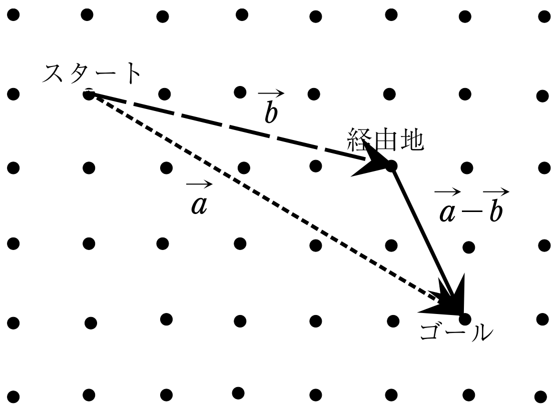


3　ベクトルの差

2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ の差 $\vec{a}-\vec{b}$ を次のように定める.

$\vec{a}-\vec{b}=$ カ［　　　］

これは, 変位を使って説明すると, 次のようになる. 右図において,



$\vec{a}=$ キ［　　　］, $\vec{b}=$ ク［　　　］

$\vec{a}$ で表される変位とスタート—経由地—ゴールの変位が等しくなるためには, 経由地—ゴールの変位が ケ［　　　］ となればよい. つまり,

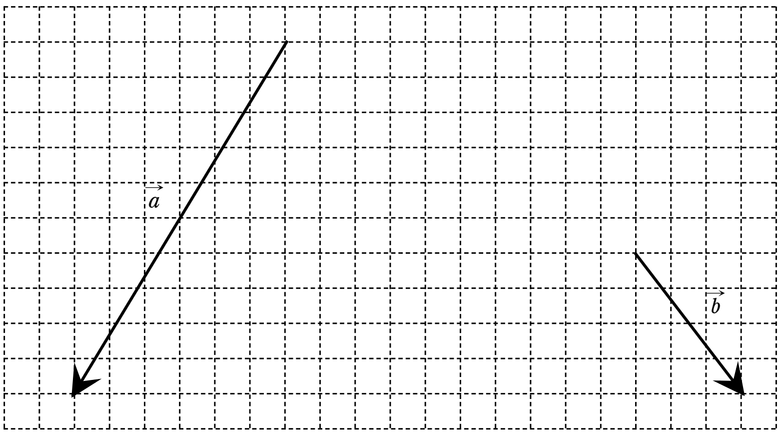
コ［　　　］

問題③　次のベクトルの差 $\vec{a}-\vec{b}$ を求めよ.

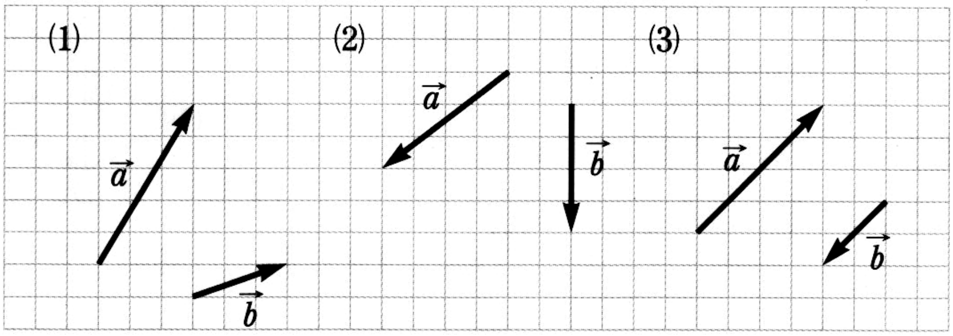
(1) $\vec{a}=(8, 5)$, $\vec{b}=(6, 2)$　　(2) $\vec{a}=(2, -3)$, $\vec{b}=(-4, 2)$

4　ベクトルの差の矢線表示

ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の差 $\vec{a}-\vec{b}$ の矢線表示は, $\vec{a}$ の始点と $\vec{b}$ の始点を重ね, $\vec{b}$ の終点を始点, $\vec{a}$ の終点を終点として結ぶことで得られる.



問題④　$\vec{a}$, $\vec{b}$ が次のように与えられたとき, $\vec{a}-\vec{b}$ を矢線表示せよ.



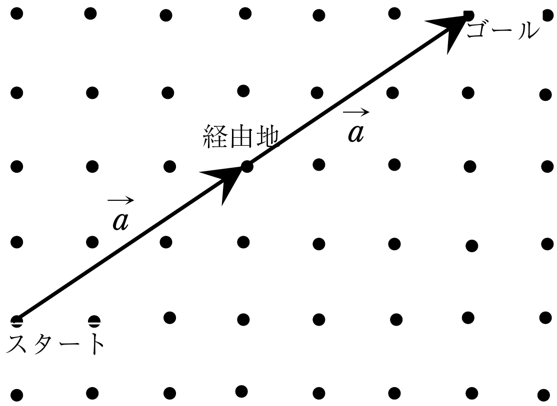
年　　組　　番　氏名

5　ベクトルの実数倍

実数kとベクトル$\vec{a}=(a_1, a_2)$について，$\vec{a}$のk倍$k\vec{a}$を次のように定める．

$k\vec{a}=$ サ

これは，変位を使って説明すると，次のようになる．右図において，



$\vec{a}=$ シ

スタート―経由地―ゴールの変位は

$\vec{a}+\vec{a}=$ ス

これを$2\vec{a}$と表すことにする．つまり，

セ

問題⑤　$\vec{a}=(1, 2)$のとき，次のベクトルを求めよ．

(1)　$2\vec{a}$　　(2)　$-2\vec{a}$

6　ベクトルの実数倍の矢線表示

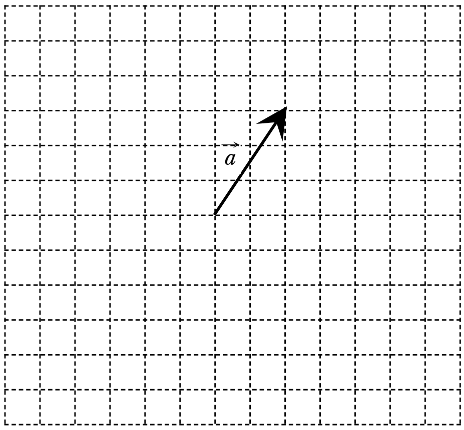
ベクトル$\vec{a}$のk倍$k\vec{a}$の矢線表示は，次のようになる．

(i)　$k>0$のとき，$\vec{a}$と同じ向きにk倍の長さ

(ii)　$k<0$のとき，$\vec{a}$と逆向きにk倍の長さ

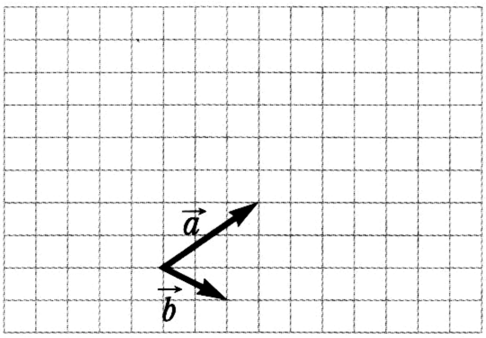
(iii)　$k=0$のとき，$\vec{0}$

例えば，$\vec{a}=(2, 3)$，$k=2, -2$のときは，右図のようになる



問題⑥　下図の$\vec{a}$，$\vec{b}$に対して，次のベクトルを矢線表示せよ．

(1)　$3\vec{a}$　　(2)　$-2\vec{b}$　　(3)　$2\vec{a}+\vec{b}$　　(4)　$\vec{a}-2\vec{b}$



7　ベクトルの演算法則

ベクトルの演算について，次のような性質がある．

（１）　$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$（交換法則）　（２）　$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$（結合法則）

（３）　$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b}$　（４）　$(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{b}$

（５）　$k\left(l\vec{a}\right)=(kl)\vec{a}$

いま，（１）において　$\vec{b}=\vec{0}$　のとき，ソ

$\vec{b}=-\vec{a}$ のとき，タ

例題❶　$\vec{a}=(5\,,\,3)$，$\vec{b}=(2\,,\,1)$のとき，$4\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)+2\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$を求めよ．

解

問題⑦　$\vec{a}=(5\,,\,3)$，$\vec{b}=(2\,,\,1)$，$\vec{c}=(-7\,,\,-3)$のとき，次のベクトルを求めよ．

$4\left(\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}\right)-5\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$

例題❷　$3\vec{x}-2\vec{a}=\vec{x}-4\vec{b}$ を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．

解

問題⑧　$\vec{a}=(5\,,\,3)$，$\vec{b}=(2\,,\,1)$のとき，次の等式を満たす $\vec{x}$ を求めよ．

$2\vec{a}+\vec{x}=3\vec{b}-\vec{x}$

年　　組　　番　氏名

$\boxed{3}$ ベクトルの1次結合

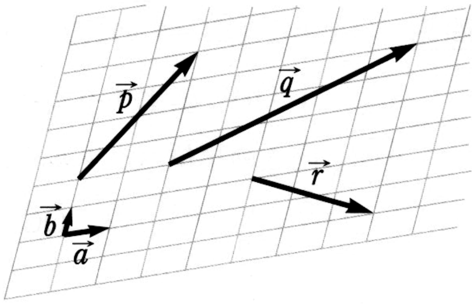
1 ベクトルの1次結合

2つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が与えられたとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の実数倍の和

ア

の形で表されたベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ の イ という.

例題❶ 右図のベクトル $\vec{p}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ の1次結合で表せ.



解

問題① **例題❶**の図の $\vec{q}$, $\vec{r}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ の1次結合で表せ.

ベクトルの1次結合には，次の性質がある.

$\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ のとき,

ウ

エ

例題❷ $\vec{a}=(2, 1)$, $\vec{b}=(-1, 3)$ のとき，$\vec{c}=(3, 5)$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ の1次結合で表せ.

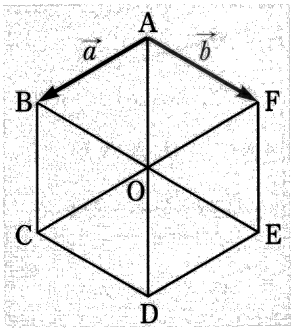
解

問題② $\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(-1,3)$のとき, $\vec{d}=(-5,8)$を$\vec{a}$, $\vec{b}$の1次結合で表せ.

2 ベクトルと図形

例題❸ 中心をOとする正六角形ABCDEFにおいて, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AF}=\vec{b}$とするとき, $\overrightarrow{CF}$, $\overrightarrow{CE}$を$\vec{a}$, $\vec{b}$を用いて表せ.

解



問題③ 例題❸の正六角形ABCDEFにおいて, 次のベクトルを$\vec{a}$, $\vec{b}$を用いて表せ.

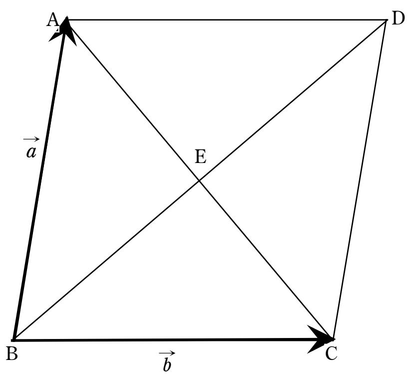
(1) $\overrightarrow{BE}$　(2) $\overrightarrow{AO}$

(3) $\overrightarrow{AD}$　(4) $\overrightarrow{BD}$

問題④ 右図のような平行四辺形 ABCD において, $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$とするとき, 次のベクトルを$\vec{a}$, $\vec{b}$を用いて表せ.

(1) $\overrightarrow{BD}$　(2) $\overrightarrow{AC}$

(3) $\overrightarrow{DC}$　(4) $\overrightarrow{BE}$



年　組　番　氏名

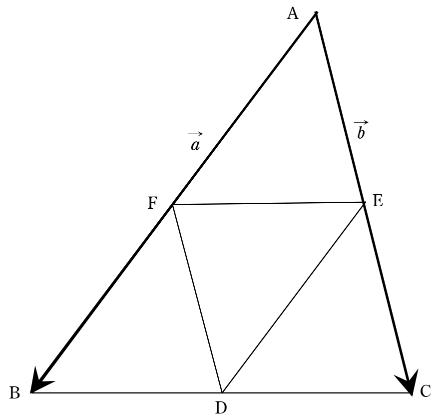
問題⑤　右図のような三角形ABCにおいて, 点D, E, Fを各辺の中点とする. $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ として, 次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ.

(1)　$\overrightarrow{BC}$

(2)　$\overrightarrow{FD}$

(3)　$\overrightarrow{EC}$

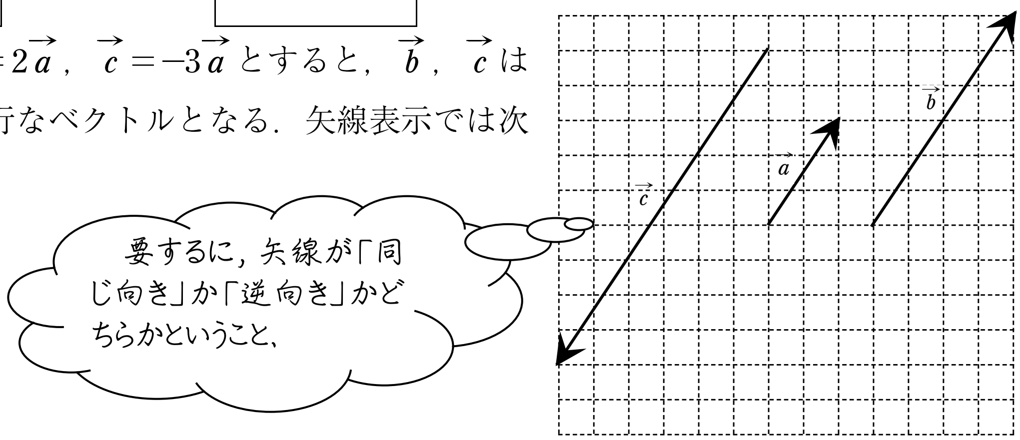
(4)　$\overrightarrow{FE}$



3　ベクトルの平行

2つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の間に $\vec{a}=k\vec{b}$ （kは実数）という関係が成り立つとき, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は$\boxed{\text{オ}\qquad}$であるといい, $\boxed{\text{カ}\qquad}$と書く.

例えば, $\vec{b}=2\vec{a}$, $\vec{c}=-3\vec{a}$ とすると, $\vec{b}$, $\vec{c}$ はともに $\vec{a}$ に平行なベクトルとなる. 矢線表示では次のようになる.



例題❹　2つのベクトル $\vec{a}=(3,\ -2)$, $\vec{b}=(x,\ 4)$が平行となるようにxの値を定めよ.

解

問題⑥　2つのベクトル $\vec{a}=(-3,\ 4)$，$\vec{b}=(5,\ y)$ が平行となるように y の値を定めよ．

4　ベクトルの大きさ

$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ に対して，キ［　　　］で表される量をベクトルのク［　　　］といい，ケ［　　　］で表す．つまり，

コ［　　　　　　　　］

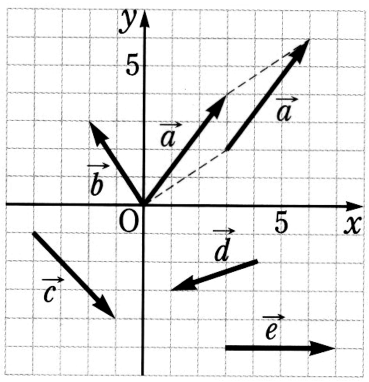
これは，矢線表示においては矢線のサ［　　　］を表す．

特に，大きさがすべて1のベクトルをシ［　　　］という．

また，成分表示したとき，ス［　　　］，セ［　　　］となる単位ベクトルをソ［　　　］といい，それぞれタ［　　　］，チ［　　　］と表す．

例題5　右図において，$\vec{a}$ の大きさを求めよ．

解



問題⑦　例題5の図の $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$，$\vec{e}$ の大きさを求めよ．

年　　組　　番　氏名

$\boxed{4}$ ベクトルの内積

❶ ベクトルの内積

$\vec{a}=(a_1\ ,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1\ ,\ b_2)$に対して，

$\boxed{\text{ア}\qquad\qquad\qquad\qquad}$

で表される量をベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$の内積といい，$\boxed{\text{イ}\qquad\qquad}$で表す．すなわち，

$\boxed{\text{ウ}\qquad\qquad\qquad\qquad}$ ✏注．内積の矢線表示における意味はあとで扱う．

$\boxed{\text{例}}$ $\vec{a}=(2\ ,\ 3)$，$\vec{b}=(-5\ ,\ 4)$のとき，

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{エ}\qquad\qquad\qquad\qquad}$

$\boxed{\text{問 題}}$① 次のベクトルの内積を求めよ．

(1) $\vec{a}=(1\ ,\ 2)$，$\vec{b}=(4\ ,\ 3)$

(2) $\vec{a}=(3\ ,\ 2)$，$\vec{b}=(2\ ,\ -3)$

(3) $\vec{a}=(-2\ ,\ \sqrt{2})$，$\vec{b}=(0\ ,\ 3)$

(4) $\vec{a}=(-2\ ,\ \sqrt{2})$，$\vec{b}=(0\ ,\ 3)$

(5) $\vec{a}=(a_1\ ,\ a_2)$，$\vec{a}=(a_1\ ,\ a_2)$

❷ 内積の演算法則

ベクトルの内積について，次のような性質がある．

（1） $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ （交換法則）

（2） $\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\pm\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}\pm\vec{a}\cdot\vec{c}$ （分配法則）

（3） $\left(k\vec{a}\right)\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\left(k\vec{b}\right)=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$

さらに，$\boxed{\text{問 題}}$①の(5)から次のことがいえる．

$\boxed{\text{オ}\qquad\qquad\qquad\qquad}$

例題❶　$\left|\vec{a}\right|=3$，$\left|\vec{b}\right|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$ のとき，$\left(2\vec{a}+3\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ の値を求めよ．

解

問題②　$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{b}\right|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$ のとき，$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$ の値を求めよ．

例題❷　$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ のとき，$\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|$ の値を求めよ．

解

問題③　$\left|\vec{a}\right|=4$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$ のとき，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ の値を求めよ．

問題④ ** やや難**　$\left|\vec{a}\right|=1$，$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{5}$，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=2$ のとき，次の値を求めよ．

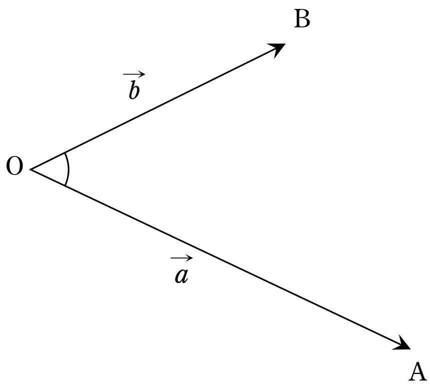
(1)　$\vec{a}\cdot\vec{b}$　　(2)　$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$　　☞ 解答は裏面に書くこと！

年　　組　　番　氏名

❸ ベクトルのなす角

2つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ を右図のように始点をそろえて矢線表示する．このとき，$\boxed{\text{カ}\qquad\qquad}$ のことを $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の $\boxed{\text{キ}\qquad\qquad}$ という．

ただし，$\boxed{\text{ク}\qquad\qquad}$ とする．



❹ 内積の図形的な意味

2つのベクトル $\vec{a}=(a_1\,,\,a_2)$，$\vec{b}=(b_1\,,\,b_2)$ に対して，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\angle\mathrm{AOB}=\theta$ とする．三角形OABに余弦定理を用いると，

$\boxed{\text{コ}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ ……①

ここで，

$\mathrm{AB}=\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|=\boxed{\text{タ}\qquad\qquad}$，$\mathrm{OA}=\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|=\boxed{\text{チ}\qquad\qquad}$，$\mathrm{OB}=\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\boxed{\text{ツ}\qquad\qquad}$

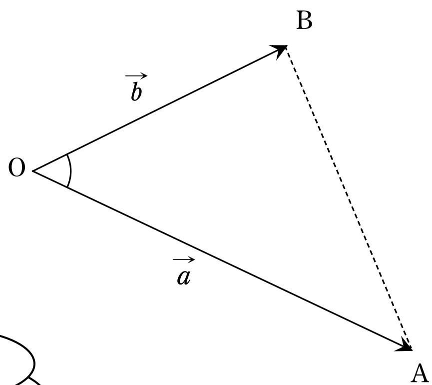
なので，①に代入して，

$\boxed{\text{テ}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ ……②

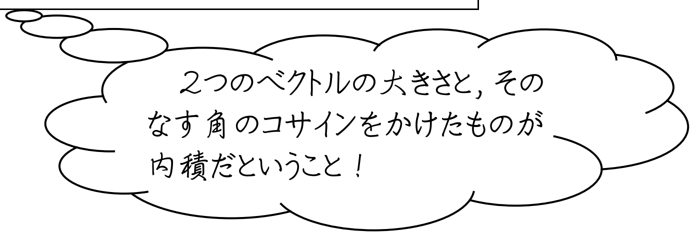
また，

$\left|\vec{b}-\vec{a}\right|=\boxed{\text{ト}\qquad\qquad\qquad\qquad}$

であるから，②に代入して整理すると，2 つのベクトルの内積の図形的な意味が得られる．



$\boxed{\text{ナ}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$



例　$\left|\vec{a}\right|=4$，$\left|\vec{b}\right|=3$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が $150°$ のとき，

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{ニ}\qquad\qquad\qquad\qquad}=\boxed{\text{ヌ}\qquad\qquad\qquad\qquad}$

$=\boxed{\text{ノ}\qquad\qquad}$

問 題⑤　$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の大きさ，なす角 θ が次のとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ．

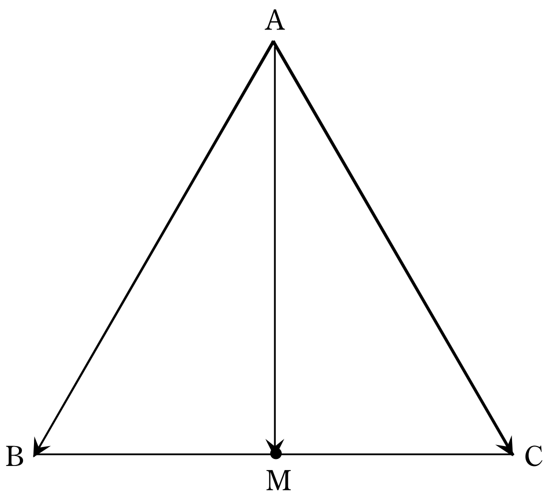
(1)　$\left|\vec{a}\right|=1$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\theta=30^\circ$

(2)　$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{2}$，$\left|\vec{b}\right|=5$，$\theta=135^\circ$

問 題⑥　1 辺の長さ 2 の正三角形 ABC がある．
辺 BC の中点を M とするとき，次の内積を求めよ．

(1)　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

(2)　$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}$



参 考　主要なコサインの値をあげておく．

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

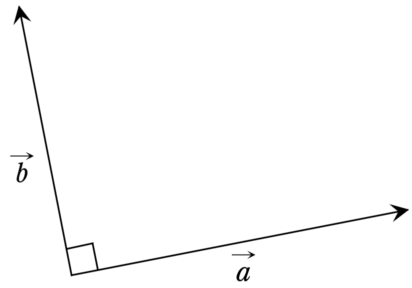
θ	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\cos\theta$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

年　　組　　番　氏名

5　ベクトルの垂直と内積

2つのベクトル $\vec{a}=(a_1, a_2)$，$\vec{b}=(b_1, b_2)$ に対して，そのなす角を θ とすると，

$\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ハ $\boxed{}$



特に $\theta=90^\circ$ とすると，$\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ヒ $\boxed{}$

また，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は右図のようになる．このとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は

フ $\boxed{}$ であるといい，ヘ $\boxed{}$ と表す．

つまり，ホ $\boxed{}$

✎注　$\vec{a}$ と $\vec{b}$ はともに $\vec{0}$ ではないものとする．

例題3　$\vec{a}=(2, -3)$，$\vec{b}=(x-1, 2x)$ のとき，$\vec{a}\perp\vec{b}$ となるような x の値を求めよ．

解

問題7　$\vec{a}=(2x, -1)$，$\vec{b}=(x-3, x)$ のとき，$\vec{a}\perp\vec{b}$ となるような x の値を求めよ．

例題4　$\vec{a}=(2, -1)$ に垂直で，大きさが1のベクトル $\vec{b}$ を求めよ．

解

問題⑧　$\vec{a}=(1\,,\,3)$に垂直で，大きさが$\sqrt{10}$のベクトル$\vec{b}$を求めよ．

6　ベクトルのなす角を求める

2 つのベクトル$\vec{a}=(a_1\,,\,a_2)$，$\vec{b}=(b_1\,,\,b_2)$に対して，そのなす角をθとすると，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$であるので，

マ

✏注　$\vec{a}$と$\vec{b}$はともに$\vec{0}$ではないものとする．

例題❺　$\vec{a}=(-\sqrt{3}\,,\,1)$，$\vec{b}=(3\,,\,\sqrt{3})$のなす角$\theta$を求めよ．

解

問題⑨　次の 2 つのベクトル$\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角θを求めよ．☞解答は裏面に書くこと！

(1)　$\vec{a}=(1\,,\,2)$，$\vec{b}=(-1\,,\,3)$

(2)　$\vec{a}=(1\,,\,-3\sqrt{3})$，$\vec{b}=(-\sqrt{3}\,,\,2)$

年　　組　　番　氏名

5 位置ベクトル

1 位置ベクトル

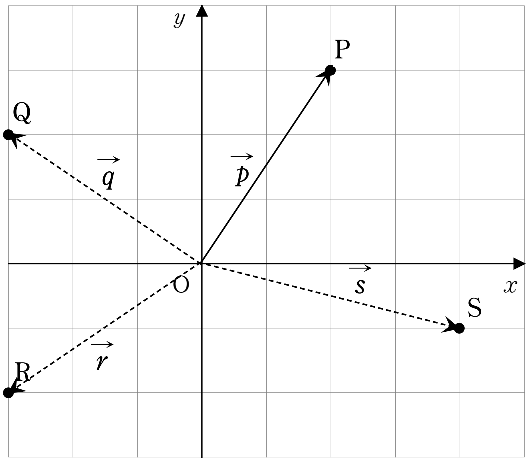
平面上の点 P の位置は，規準とする点 O をとり，ア ＿＿＿＿ で表すことができる．

例えば，右図で，点 P の座標は イ ＿＿＿＿ なので，点 O を規準として

ウ ＿＿＿＿

で表せる．このベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を，点 O を エ ＿＿＿＿ とする点 P の オ ＿＿＿＿ という．

また，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$ とするとき，位置ベクトルが $\vec{p}$ である点 P を カ ＿＿＿＿ と表す．



例 Q$\left(\vec{q}\right)$のとき，点 Q の位置ベクトル $\vec{q}=$ キ ＿＿＿＿

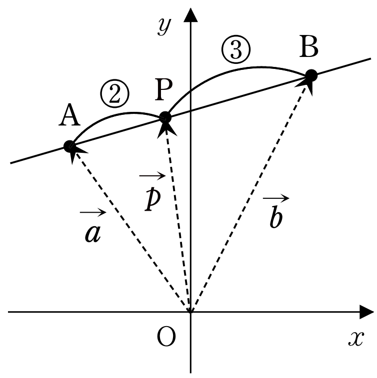
位置ベクトルの始点はつねに原点Oなので，成分は終点の座標！

問題① 次の位置ベクトルを成分表示せよ．

(1) R$\left(\vec{r}\right)$　　(2) S$\left(\vec{s}\right)$

2 点 P$\left(\vec{p}\right)$，Q$\left(\vec{q}\right)$に対して，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=$ ク ＿＿＿＿ ✎注．位置ベクトルを扱うときの基本！

問題② 2 点 R$\left(\vec{r}\right)$，S$\left(\vec{s}\right)$に対して，$\overrightarrow{\mathrm{RS}}$ を $\vec{r}$，$\vec{s}$ を使って表せ．



2 内分点の位置ベクトル

2 点 A$\left(\vec{a}\right)$，B$\left(\vec{b}\right)$に対して，線分 AB を $2:3$ に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表してみよう．

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=$ ケ ， $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=$ コ であり，また，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=$ サ で

あるから，

シ

したがって，

$\vec{p}=$ ス $=$ セ

$=$ ソ

一般に，2 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$ に対して，線分 AB を $m:n$ に内分する点の位置ベクトルは，

タ

例　2 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$ に対して，線分 AB を $5:3$ に内分する点の位置ベクトルは，

チ $=$ ツ

問題③　2 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$ に対して，線分 AB を次の比に内分する点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ.

(1)　$3:2$

(2)　$1:5$

年　　組　　番　氏名

❸　外分点の位置ベクトル

一般に，2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ に対して，線分 AB を $\boldsymbol{m}:\boldsymbol{n}$ に外分する点の位置ベクトルは，

テ［　　　　］

数学Ⅱと同じ考え方だ！

✏注．内分点の公式で $\boldsymbol{n}$ を $-\boldsymbol{n}$ で置き換えたものになっている．

例　2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ に対して，線分 AB を $5:3$ に外分する点の位置ベクトルを求める．

考え方　「$5:3$ に外分」を「$5:-3$ に内分」すると考えて，内分点の公式を使う．

ト［　　　　］＝ナ［　　　　］

問題④　2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ に対して，線分 AB を次の比に外分する点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．

(1)　$3:2$

(2)　$1:5$

問題⑤　2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ に対して，線分 AB を次の比に内分および外分する点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．

(1)　$4:3$

(2)　$2:5$

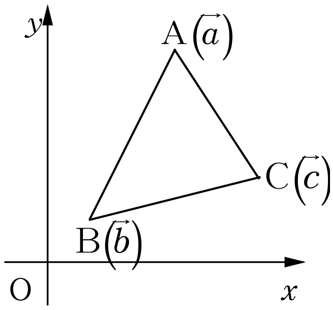
例 題❶　座標平面上で，2 点 A(2 , −1)，B(−3 , 4)を結ぶ線分 AB を 4:3 に内分する点 P の座標を求めよ．

解

問 題⑥　座標平面上で，2 点 A(2 , −1)，B(−3 , 4)を結ぶ線分 AB を 2:5 に外分する点 P の座標を求めよ．

4　平面図形とベクトル

例 題❷　3 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$，$\mathrm{C}\left(\vec{c}\right)$ を頂点とする三角形 ABC について，次の各問いに答えよ．



(1)　辺 BC の中点を $\mathrm{D}\left(\vec{d}\right)$ とするとき，$\vec{d}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

解

(2)　線分 AD を 2:1 に内分する点を $\mathrm{G}\left(\vec{g}\right)$ とするとき，$\vec{g}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

解

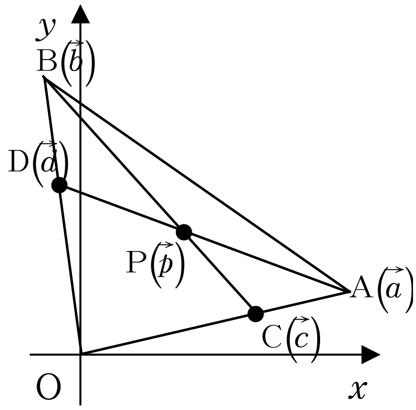
参 考　**例 題❷**の点 G を三角形 ABC の ニ $\boxed{}$ という．

年　　組　　番　氏名

2点A$\left(\vec{a}\right)$，B$\left(\vec{b}\right)$に対して，線分ABを$t:(1-t)$に内分する点をP$\left(\vec{p}\right)$とすると，

$\vec{p}=$ ヌ $\boxed{}$ $=$ ネ $\boxed{}$

例題❸ 3点O，A$\left(\vec{a}\right)$，B$\left(\vec{b}\right)$を頂点とする三角形OABを考える．辺OAを$2:1$に内分する点をC$\left(\vec{c}\right)$，辺OBを$3:2$に内分する点をD$\left(\vec{d}\right)$とし，線分AD，BCの交点をP$\left(\vec{p}\right)$とする．について，次の各問いに答えよ．



$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{b}$のとき，
$m\vec{a}+n\vec{b}=m'\vec{a}+n'\vec{b}\iff m=m'$，$n=n'$

(1) AP:PDを求めよ．

解

(2) BP:PCを求めよ．

解

(3) $\vec{p}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表せ．

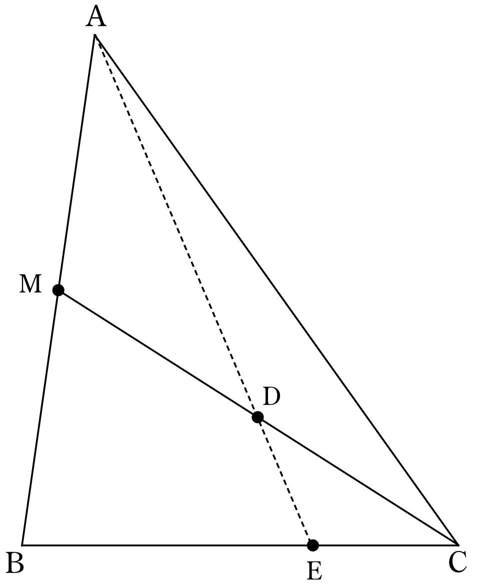
解

問 題⑦　3 点O，A$\left(\vec{a}\right)$，B$\left(\vec{b}\right)$を頂点とする三角形OABを考える．辺OAの中点をM$\left(\vec{m}\right)$，辺OBを3:1に内分する点をN$\left(\vec{n}\right)$，線分AN，BMの交点をP$\left(\vec{p}\right)$とする．このとき，$\vec{p}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表せ.

3 点A，B，Pが一直線上にあるとき，ノ

例 題❹　三角形ABCにおいて，辺ABの中点をMとし，線分CMの中点をD，辺BCを2:1に内分する点をEとする．このとき，3 点A，D，Eは一直線上にあることを示せ.

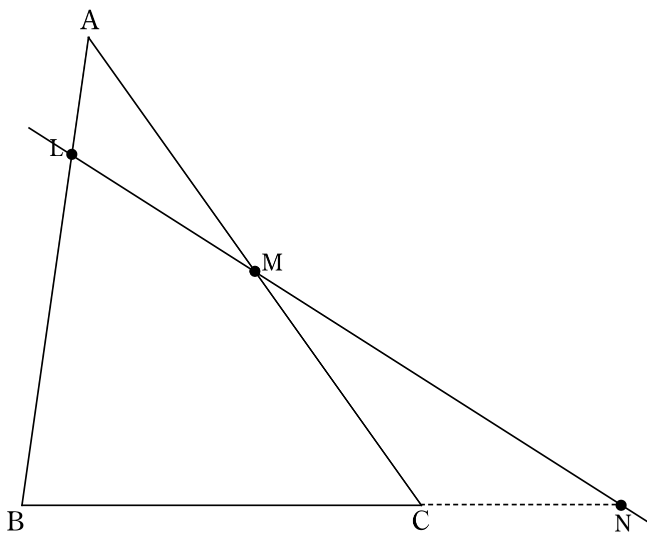
解



年　　組　　番　氏名

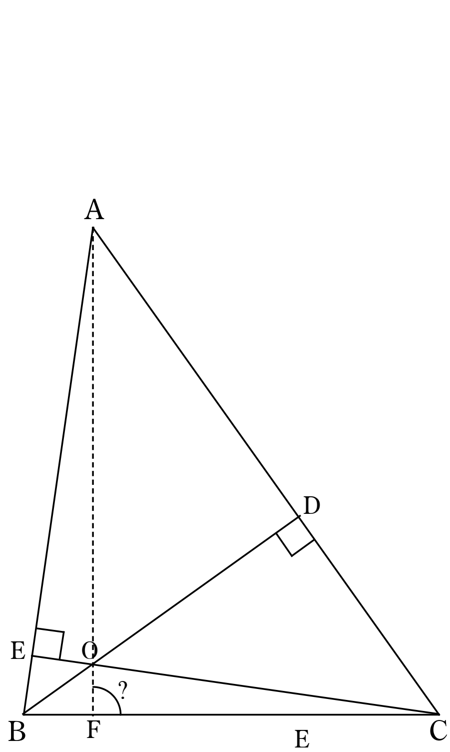
問題⑧　三角形ABCにおいて，辺ABを1:3に内分する点をL，辺ACの中点をM，辺BCを3:1に外分する点をNとするとき，3 点L，M，Nは一直線上にあることを示せ.

考え方　$\overrightarrow{\mathrm{LN}}=k\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ を示す.



例題❺　右図の三角形ABCにおいて，頂点Bから辺ACに下ろした垂線の足をDとし，頂点Cから辺ABに下ろした垂線の足をEとする．また，線分BDと線分CEの交点をOとし，頂点Aから交点Oを通る直線を引き，辺BCとの交点をFとする.

　このとき，直線AFと辺BCのなす角を求めよ.

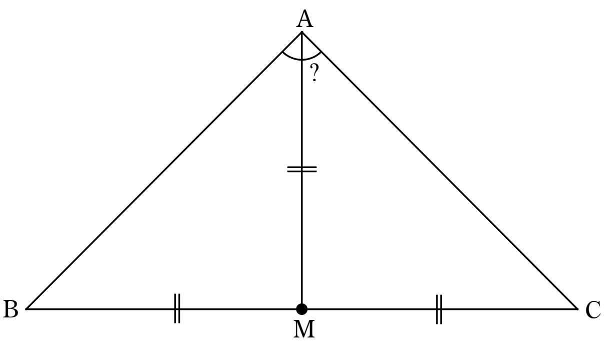


解

参考　例題❺の点Oを三角形ABCのハ $\boxed{}$ という.

問題⑨　右図の三角形ABCにおいて，辺BCの中点をMとする.

MA＝MBのとき，∠BACの大きさを求めよ.



考え方　∠BACの大きさとは，辺ABと辺ACのなす角と考える.

年　　組　　番　氏名

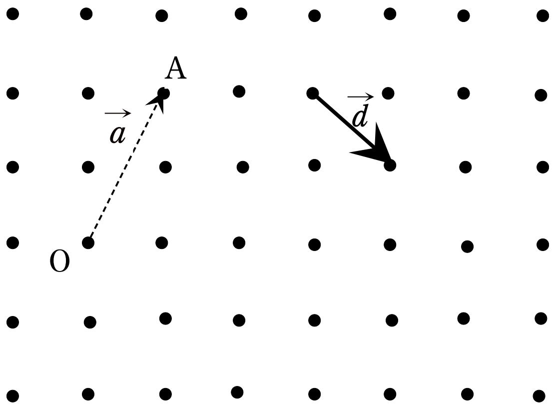
$\boxed{6}$ ベクトル方程式

1 ベクトルに平行な直線

右図において，O を基点とし．$A\left(\vec{a}\right)$，$P\left(\vec{p}\right)$とするとき，

$$\vec{p}=\vec{a}+2\vec{d}$$

を満たす点 P を図示すると，右図のようになる．



問題① 次の式を満たす点 P を図示せよ．

(1) $\vec{p}=\vec{a}+3\vec{d}$　(2) $\vec{p}=\vec{a}+\vec{d}$

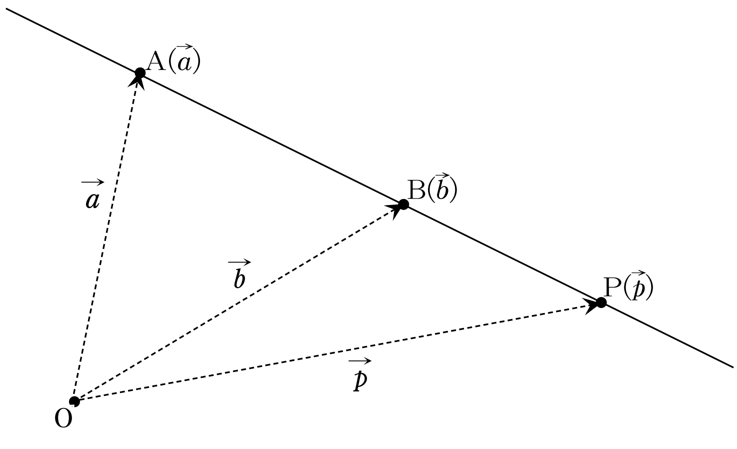
(3) $\vec{p}=\vec{a}-\vec{d}$　(4) $\vec{p}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{d}$

$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$ の t の値をいろいろと変え，点 P を図示すると，点 P は$\boxed{ア\quad}$に並ぶ．つまり，t の値を変えると，点 P は直線を描く．一般に，

$$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$$

は点$\boxed{イ\quad}$を通り，$\boxed{ウ\quad}$に平行な$\boxed{エ\quad}$を表す．$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$ のことを$\boxed{オ\quad}$といい，$\boxed{ウ\quad}$を$\boxed{カ\quad}$という．

右図において，O を基点とし．$A\left(\vec{a}\right)$，$B\left(\vec{b}\right)$，$P\left(\vec{p}\right)$とするとき，2 点 A, B を通る直線のベクトル方程式を求めよう．



この直線の方向ベクトルは，

$\boxed{キ\quad}$

直線のベクトル方程式は

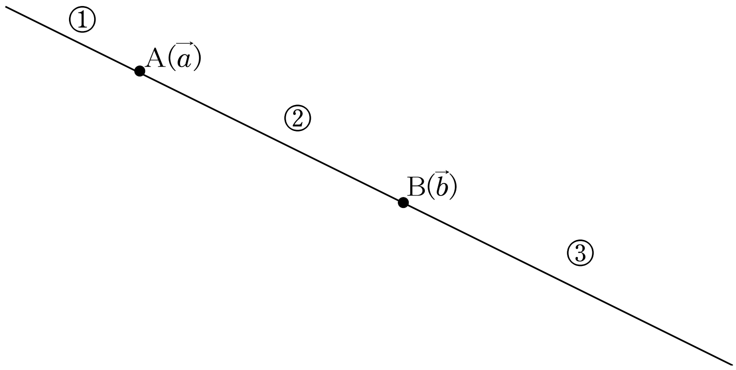
$\boxed{ク\quad}$

$\therefore\ \boxed{ケ\quad}$

⇨注　2 点を通る直線のベクトル方程式

例 題❶　$\overrightarrow{p}=(1-t)\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ において，t が $0\leqq t\leqq 1$ の値をとるとき，点 P は直線上のどのような範囲にあるか.

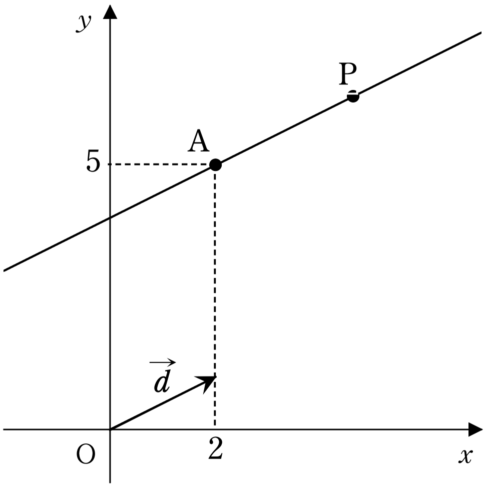
解



問 題②　$\overrightarrow{p}=(1-t)\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ において，t が $0\leqq t\leqq 1$ の値をとるとき，点 P は直線上のどのような範囲にあるか.

(1)　$t\geqq 1$　　　　(2)　$t\leqq 0$

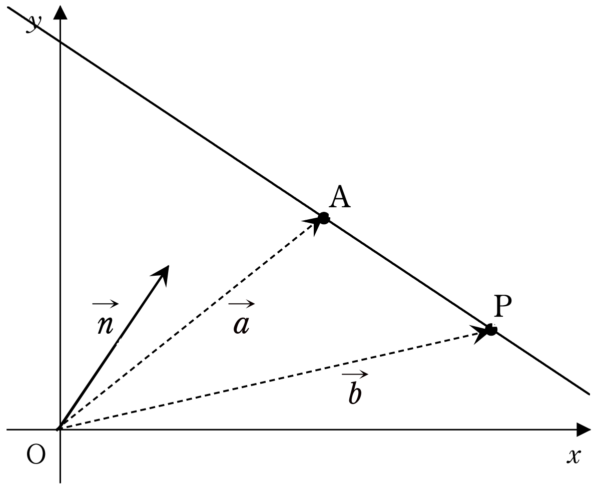
参 考　座標平面上の点 A$(2,5)$ を通り，方向ベクトル $\overrightarrow{d}=(2,1)$ の直線について考えよう.



上のように表した式を直線のコ［　　　　］という.

年　　組　　番　氏名

❷ ベクトルに垂直な直線



座標平面上で，点A$(5\,,\,4)$を通り，ベクトル$\vec{n}=(2\,,\,3)$に垂直な直線のベクトル方程式を考えよう.

直線上に任意の点P$(x\,,\,y)$をとると，$\vec{n}\perp\overrightarrow{\mathrm{AP}}$であるから，

$\boxed{\text{サ}}$ …$(*)$

点A，Pの位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{p}$とすると，

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\boxed{\text{シ}}$

となるので，$(*)$は

$\boxed{\text{ス}}$ ⇨注　$\vec{n}$に垂直な直線のベクトル方程式

一般に，

$\vec{n}\cdot\left(\vec{p}-\vec{a}\right)=0$

は点$\boxed{\text{ス}}$を通り，$\boxed{\text{セ}}$に垂直な$\boxed{\text{ソ}}$を表す．$\boxed{\text{セ}}$のことを$\boxed{\text{タ}}$という.

A$(5\,,\,4)$より$\vec{a}=\boxed{\text{チ}}$であり，P$(x\,,\,y)$より，$\vec{p}=\boxed{\text{ツ}}$であるから，

$\vec{p}-\vec{a}=\boxed{\text{テ}}$

$\vec{n}=(2\,,\,3)$であるから，

$\boxed{\text{ト}}$

$\boxed{\text{ナ}}$

つまり，

$\boxed{\text{ニ}}$

一般に，A$(x_1\,,\,y_1)$をとおり，$\vec{n}=(a\,,\,b)$に垂直な直線の方程式は

$\boxed{\text{ヌ}}$

例 題❷　点A(2, 5)を通り，$\vec{n}=(4,\ 3)$に垂直な直線の方程式を求めよ.

解

問 題③　次の点Aを通り，ベクトル$\vec{n}$に垂直な直線の方程式を求めよ.

(1)　A(3, 4)，$\vec{n}=(5,\ -2)$

(2)　A(5, −3)，$\vec{n}=(2,\ 0)$

例 題❸　直線$5x-3y+2=0$と直線$2x+ky-4=0$が直交するように，kの値を定めよ.

解

年　　組　　番　氏名

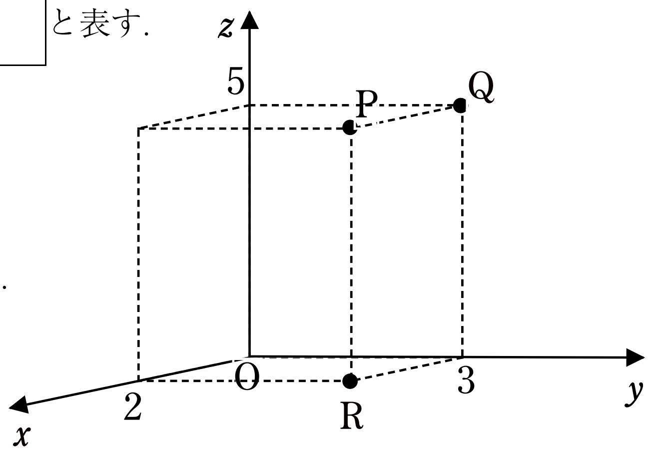
7 空間のベクトル

1 空間座標

空間内の位置は，ア［　　］，イ［　　］と，それらに原点で垂直に交わるウ［　　］を用い，各座標を並べてエ［　　　　］と表す．

例えば，右図の点 P の座標は

オ［　　　　］



問題① 右図の 2 点 Q，R の座標を答えよ．

2 3 次元ベクトル

平面のベクトルと同じように空間のベクトルを考えることができる．例えば，上図の点 O(0，0，0)から点P(2，3，5)までの変位は，

x 軸方向にカ［　　］，y 方向にキ［　　］，z 軸方向にク［　　］

であるから，

$\overrightarrow{OP}=$ ケ［　　　　］

このように，3 つの数の組で表されるベクトルをコ［　　　　］という．

注　平面のベクトルを 2 次元ベクトルという．

一般に，3 次元ベクトルを成分表示すると，

$\vec{a}=$ サ［　　　　］

z 成分が増えただけ，
と考えればいい．

3 3 次元ベクトルの演算

$\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$，$\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ に対して，和，差，実数倍を次のように定める．

$\vec{a}+\vec{b}=$ シ［　　　　］

$\vec{a}-\vec{b}=$ ス［　　　　］

$k\vec{a}=$ セ［　　　　］

2次元ベクトルと同様に，次の演算法則が成り立つ．

（1）　$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$（交換法則）　（2）　$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$（結合法則）

（3）　$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b}$　（4）　$(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{b}$

（5）　$k\left(l\vec{a}\right)=(kl)\vec{a}$

問 題② $\vec{a}=(2,-4,5)$，$\vec{b}=(4,0,3)$のとき，次のベクトルを成分で表せ．

(1)　$\vec{a}+\vec{b}$

(2)　$\vec{a}-\vec{b}$

(3)　$3\vec{a}+4\vec{b}$

4　3次元ベクトルの大きさ

2次元ベクトルと同様に，$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$に対して，ソ［　　　　］で表される量をベクトルのタ［　　　　］といい，チ［　　　　］で表す．つまり，

ツ［　　　　］

➾注　2次元ベクトルと同様に，矢線表示においては矢線の長さを表す．

問 題③ 次のベクトルの大きさを求めよ．

(1)　$\vec{a}=(2,1,3)$

(2)　$\vec{b}=(3,-3,4)$

年　　組　　番　氏名

❺　3 次元ベクトルの矢線表示

2 次元ベクトルのときと同様に，ベクトルを矢線表示することができる．そして，その矢線表示による加法, 減法, 実数倍も 2 次元ベクトルのときと同様に考えることができる．具体的には，次の通りである．

和 $\vec{a}+\vec{b}$ は，$\vec{a}$ の $\boxed{\text{テ}\quad\quad}$ に $\vec{b}$ の $\boxed{\text{ト}\quad\quad}$ を重ね，$\vec{a}$ の $\boxed{\text{ナ}\quad\quad}$ と $\vec{b}$ の $\boxed{\text{ニ}\quad\quad}$ を結ぶことで得られる．

差 $\vec{a}-\vec{b}$ は，$\vec{a}$ の $\boxed{\text{ヌ}\quad\quad}$ と $\vec{b}$ の $\boxed{\text{ネ}\quad\quad}$ を重ね，$\vec{b}$ の $\boxed{\text{ノ}\quad\quad}$ を始点，$\vec{a}$ の $\boxed{\text{ハ}\quad\quad}$ を終点として結ぶことで得られる．

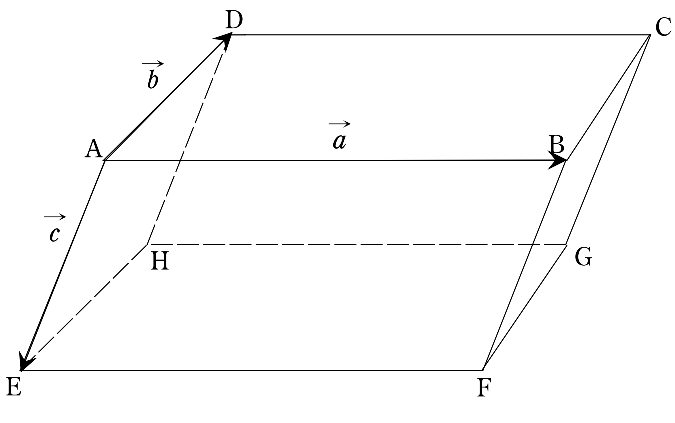
実数倍 $k\vec{a}$ の矢線表示は，

(i) $\boxed{\text{ヒ}\quad\quad}$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きに k 倍の長さ

(ii) $\boxed{\text{フ}\quad\quad}$ のとき，$\vec{a}$ と逆向きに k 倍の長さ

(iii) $\boxed{\text{ヘ}\quad\quad}$ のとき，$\vec{0}$

例題❶　下図のように平行な 3 組の平面で囲まれた空間図形を**平行六面体**という．この平行六面体 ABCD−EFGH において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AG}}+\overrightarrow{\mathrm{BH}}+\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．



解

問題④　平行六面体 ABCD−EFGH において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{c}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ.

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AH}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BE}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{CE}}$

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{AF}}+\overrightarrow{\mathrm{CH}}$

(5)　$\overrightarrow{\mathrm{DF}}-\overrightarrow{\mathrm{EG}}$

6　点の座標とベクトルの成分

ベクトルの成分を使って，空間の 2 点間の距離を求めることができる.

例題❷　2 点 A$(-1, 0, 2)$，B$(1, 2, 3)$ に対して，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分を求め，距離 AB を求めよ.

解

問題⑤　2 点 A$(2, 5, 3)$，B$(3, 5, -1)$ に対して，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分を求め，距離 AB を求めよ. ☞ 解答は裏面に書くこと！

年　　組　　番　氏名

8 空間のベクトルの内積

1 ベクトルの内積

$\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$に対して,

$\boxed{\text{ア}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

で表される量をベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の内積といい, $\boxed{\text{イ}\qquad\qquad}$ で表す．すなわち,

$\boxed{\text{ウ}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

例　$\vec{a}=(3, 2, -1)$, $\vec{b}=(4, -1, 3)$のとき,

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{エ}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

問題① 次のベクトルの内積を求めよ．

(1) $\vec{a}=(2, -5, 3)$, $\vec{b}=(1, -2, -3)$

(2) $\vec{a}=(2, 0, -1)$, $\vec{b}=(0, -1, 4)$

2次元ベクトルのときと同様に，内積について次のような性質が成り立つ．

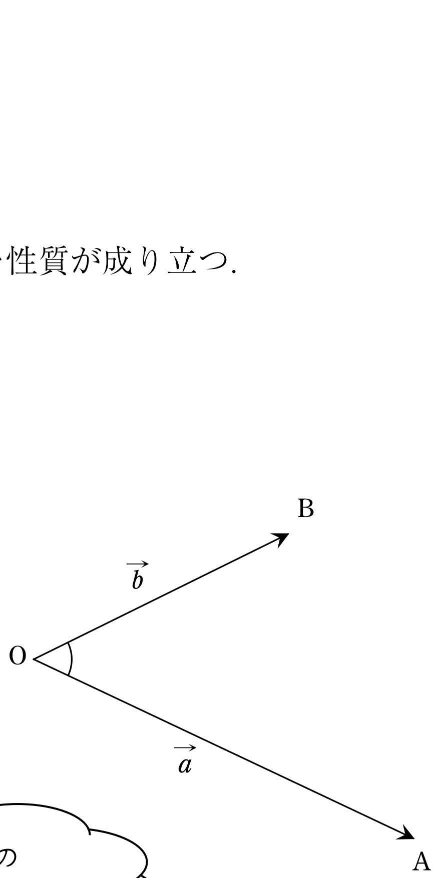
（1） $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ （交換法則）

（2） $\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\pm\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}\pm\vec{a}\cdot\vec{c}$ （分配法則）

（3） $\left(k\vec{a}\right)\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\left(k\vec{b}\right)=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$

2 内積の図形的な意味

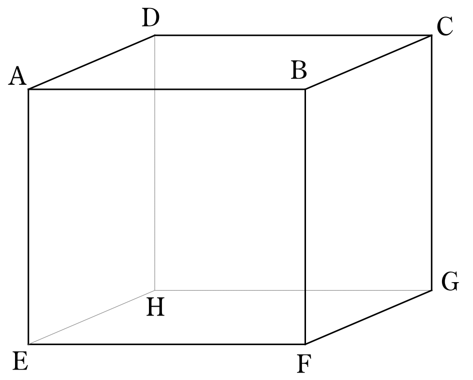
2 次元ベクトルのときと同様に，次のような内積の図形的な意味が得られる．



$\boxed{\text{オ}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

2つのベクトルの大きさと，そのなす角のコサインをかけたものが内積だということ！

問題② 右図は，1 辺の長さが 2 の立方体である．このとき，次の内積を求めよ．



(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CG}$

(2) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EG}$

(4) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AF}$

3 ベクトルの垂直と内積

2 次元ベクトルのときと同様に，$\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$，$\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$に対して，次のことが成り立つ．

カ

注　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$

例題❶ $\vec{a}=(-2, x+1, 3)$，$\vec{b}=(x, 3, -2)$のとき，$\vec{a}\perp\vec{b}$ となるようなxの値を求めよ．

解

問題③ $\vec{a}=(1, 2, -5)$，$\vec{b}=(-2, 1, 0)$，$\vec{c}=(1, y, z)$とする．このとき，$\vec{a}\perp\vec{c}$ かつ$\vec{b}\perp\vec{c}$ となるようにy，zの値を定めよ．☞解答は裏面に書くこと！

年　　組　　番　氏名

4　ベクトルのなす角を求める

2 次元ベクトルのときと同様に，$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$，$\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$に対して，そのなす角をθとすると，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$であるので，

キ

注　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$

例題❷　$\vec{a}=(2,3,1)$，$\vec{b}=(-3,-1,2)$のなす角θを求めよ．

解

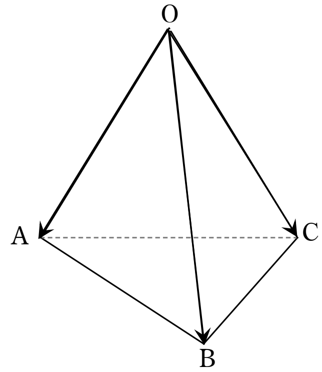
問題④　次の 2 つのベクトル$\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角θを求めよ．

(1)　$\vec{a}=(1,-1,4)$，$\vec{b}=(2,1,2)$

(2)　$\vec{a}=(3,6,-2)$，$\vec{b}=(6,-2,3)$

5　空間図形への応用

問題⑤　1 辺の長さが 2 の正四面体 OABC について, 次の問いに答えよ.

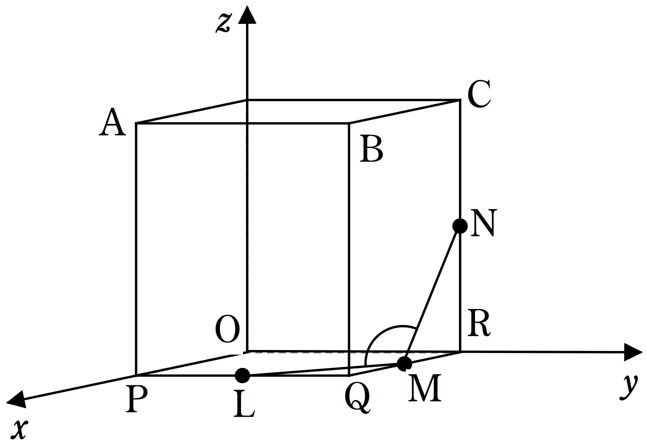


(1)　$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$を求めよ.

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を求めよ.

(3)　$\mathrm{OA}\perp\mathrm{BC}$ であることを示せ.

例題❸　右図は 1 辺の長さが 2 の立方体であり，点 O は座標空間の原点である．辺 PQ，QR，CR の中点を，それぞれ，L，M，N とするとき，$\angle\mathrm{LMN}$ の大きさ θ を求めよ.



解

問題⑥　**例題❸**の立方体において，$\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ のなす角を求めよ.

年　　組　　番　氏名

9 空間の位置ベクトル

1 位置ベクトル

平面上の場合と同様に，空間の点 P の位置は，規準とする点 O をとり，$\boxed{\text{ア}\qquad}$ で表すことができる．この $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を，点 O を $\boxed{\text{イ}\qquad}$ とする点 P の $\boxed{\text{ウ}\qquad\qquad}$ という．

また，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$ とするとき，位置ベクトルが $\vec{p}$ である点 P を $\boxed{\text{エ}\qquad}$ と表す．

2 分点の位置ベクトル

2 次元ベクトルと同様に，2 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$ に対して，線分 AB を $m:n$ に内分する点の位置ベクトルは，

$$\boxed{\text{オ}\qquad\qquad\qquad}$$

頻出　2 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$ に対して，線分 AB の中点の位置ベクトルは，

$$\boxed{\text{カ}\qquad\qquad\qquad}=\boxed{\text{キ}\qquad\qquad\qquad}$$

2 次元ベクトルと同様に，2 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$ に対して，線分 AB を $m:n$ に外分する点の位置ベクトルは，

$$\boxed{\text{ク}\qquad\qquad\qquad}$$

数学Ⅱと同じ考え方だ！

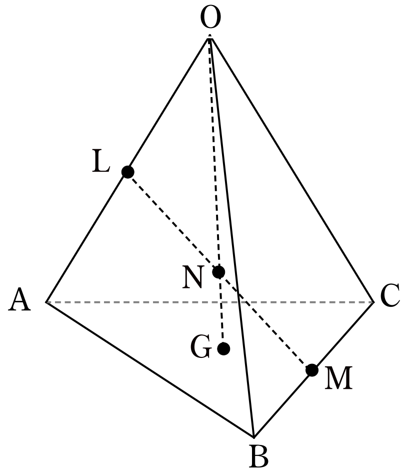
注．内分点の公式で n を $-n$ で置き換えたものになっている．

3 三角形の重心の位置ベクトル

3 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$，$\mathrm{C}\left(\vec{c}\right)$ を頂点とする三角形 ABC の重心の位置ベクトルは，

$$\boxed{\text{ケ}\qquad\qquad\qquad}$$

4　空間図形への応用



例題❶　四面体 OABC において，辺 OA の中点を L，辺 BC の中点を M，線分 LM の中点を N，△ABC の重心を G とする．このとき，点 N は線分 OG 上にあることを示せ．

考え方　$\overrightarrow{\mathrm{ON}} = k\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ と表せることを示す．

解

問題①　四面体 OABC において，点 O を基点として $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$，$\mathrm{C}\left(\vec{c}\right)$ とする．このとき，次の各問いに答えよ．

(1)　△ABC の重心を G とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(2)　△OAB の重心を E とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．

(3)　線分 OG を 3:1 に内分する点を F とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{CF}} = k\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ を満たす k の値を求めよ．

年　　組　　番　氏名

例 題 ❷　4 点A$(2, -3, 1)$，B$(1, 5, 3)$，C$(0, 1, 1)$，D$(x, 0, 4)$が同一平面上にあるように，xの値を定めよ．

考え方　A，B，C が定める平面をαとする．

点 D がα上$\iff \overrightarrow{AD} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ となる実数m，nが存在

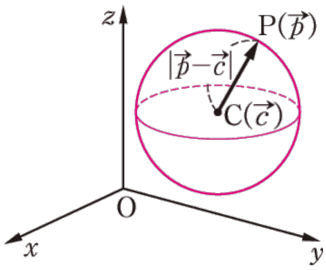
解

問 題 ②　4 点A$(4, -2, 5)$，B$(-3, 4, -4)$，C$(1, 2, 4)$，D$(t+1, -4, t)$が同一平面上にあるように，tの値を定めよ．

5　空間における球

定点 C から一定の距離 r にある点 P の集合を，C を中心とする半径 r の $\boxed{\text{コ}\qquad\qquad}$ または，$\boxed{\text{サ}\qquad\qquad}$ という．いま，$\boxed{\text{シ}\qquad\qquad}$，$\boxed{\text{ス}\qquad\qquad}$ とすると $\boxed{\text{セ}\qquad\qquad}$ であるから，

$\boxed{\text{ソ}\qquad\qquad\qquad\qquad}$ ・・・ (*)



(*)の両辺を 2 乗して，内積を用いると，

$\boxed{\text{タ}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ ・・・ (**)

いま，$\boxed{\text{チ}\qquad\qquad\qquad\qquad}$，$\boxed{\text{テ}\qquad\qquad\qquad\qquad}$ とすると(**)は，

$\boxed{\text{ト}\ t\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

問題③　2 点 A(2，−3，1)，B(−2，3，−1) に対して，線分 AB を直径とする球の方程式を求めよ．

問題④　点 C(2，−1，3) を中心とし，点 A(1，1，2) を通る球の方程式を求めよ．

年　　組　　番　氏名