

1 放物線

1 定義

平面上で、定点 F と F を通らない定直線 l から 点の軌跡を という。

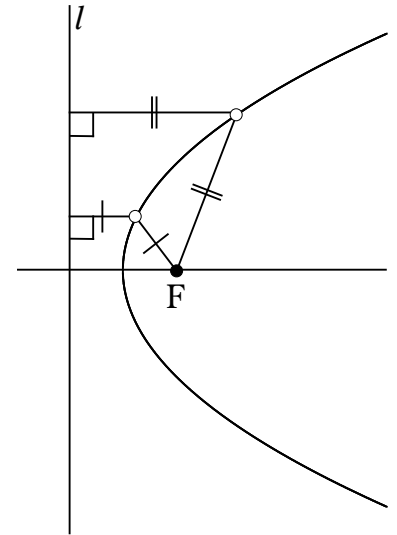
用語解説

焦点 . . .

準線 . . .

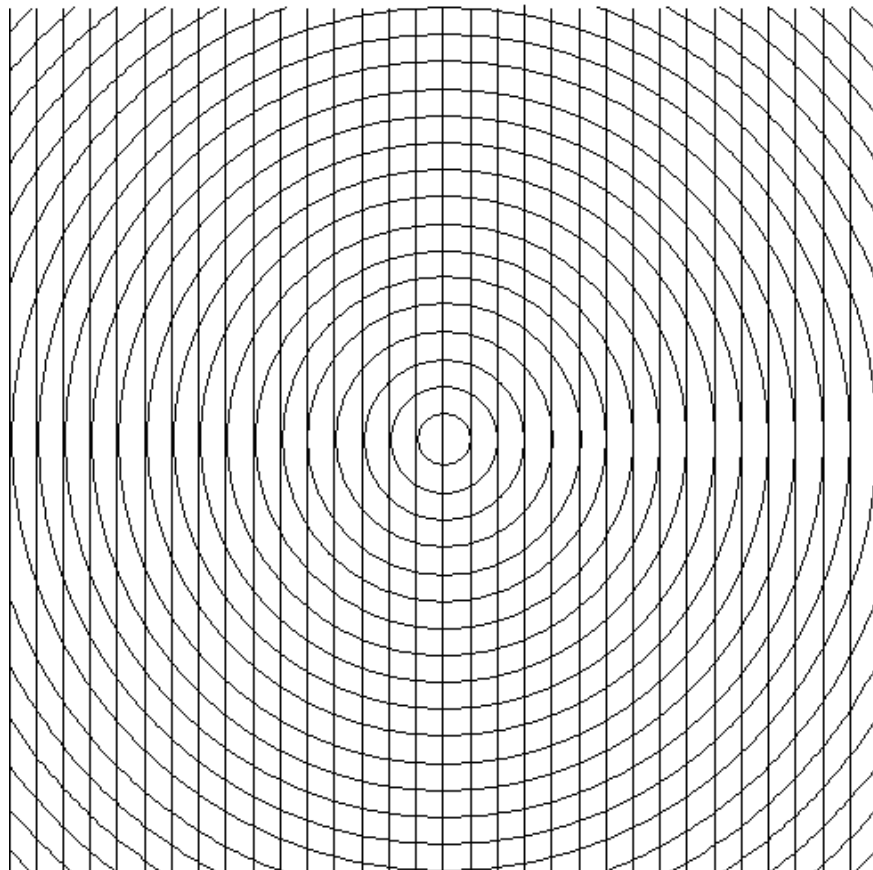
軸 . . .

頂点 . . .



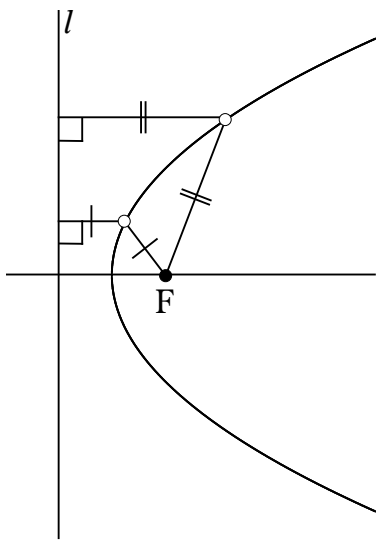
2 作図

放物線を定義にしたがって作図してみよう。



3 方程式

次のように座標軸を入れることで、放物線を方程式として表すことができる。



焦点 F の座標を とすると、準線 l の方程式は は となる。

放物線上の点を (x, y) とすると、

$PF =$

$PH =$

ここで、 $PF = PH \iff$ であるから

この式を整理して、

\cdots 放物線の方程式の標準形

【放物線の方程式の標準形】

	焦点が x 軸上にある場合	焦点が y 軸上にある場合
方程式	①	⑥
焦点	②	⑦
準線	③	⑧
軸	④	⑨
頂点	⑤	⑩

2 楕円

1 定義

平面上で、定点 F_1 , F_2 からの 点の軌跡
を という。

用語解説

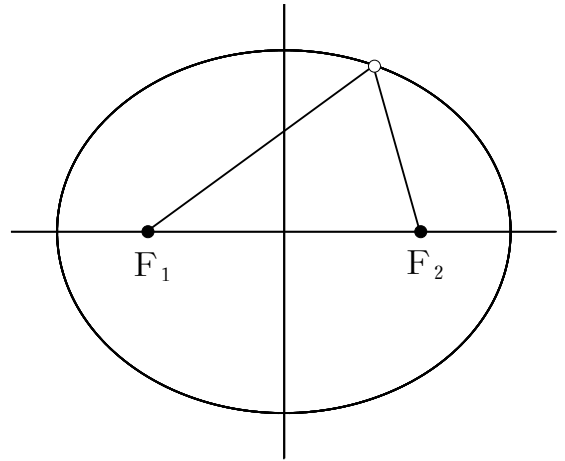
焦点 . . .

長軸 . . .

短軸 . . .

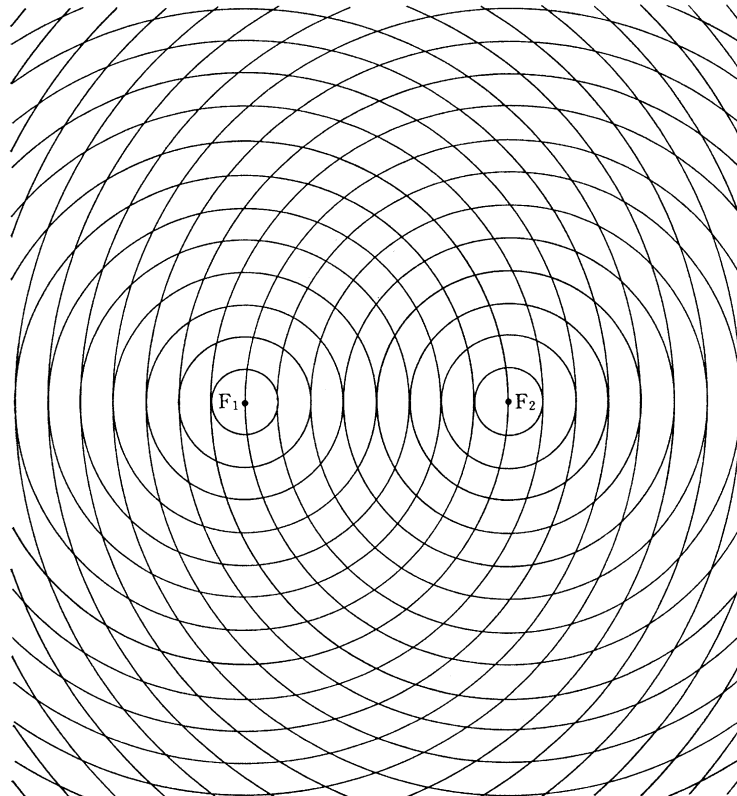
頂点 . . .

中心 . . .

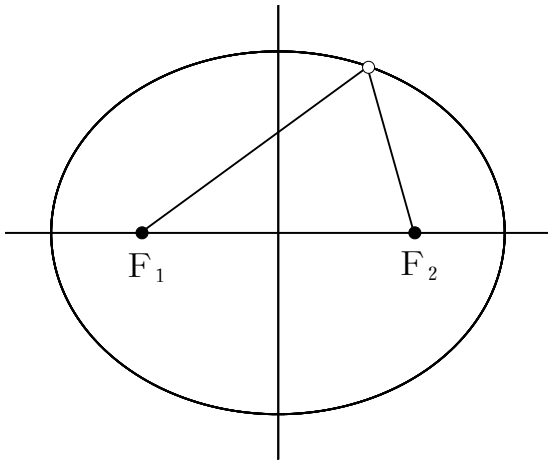


2 作図

楕円を定義にしたがって作図してみよう。



3 方程式



次のように座標軸を入れることで、楕円を方程式として表すことができる。

焦点 F_1 , F_2 の座標を

ク , ケ

とし、この2点からの距離の和をコ とす

る。ただし、サ

楕円上の点を (x, y) とすると、

$PF_1 =$ シ , $PF_2 =$ ス

ここで、 $PF_1 + PF_2 = 2a$ であるから、セ

この式を整理して、ソ

$a > c$ であるから、タ とおくと、チ であるので、

ツ . . . 楕円の方程式の標準形

【楕円の方程式の標準形】

	焦点が x 軸上にある場合	焦点が y 軸上にある場合
方程式	①	⑤
焦点	②	⑥
長軸・短軸	③	⑦
頂点・中心	④	⑧

3 双曲線

1 定義

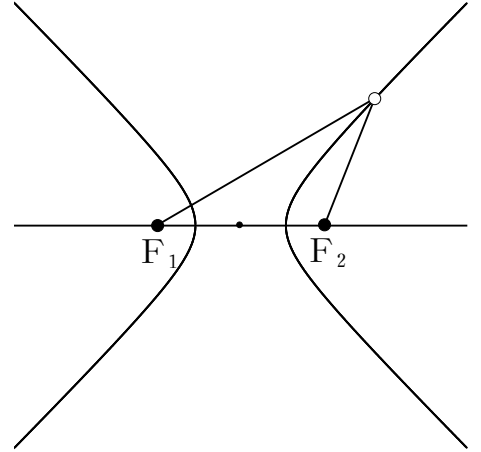
平面上で、定点 F_1 , F_2 からの 点の軌跡
を という。

用語解説

焦点・・・

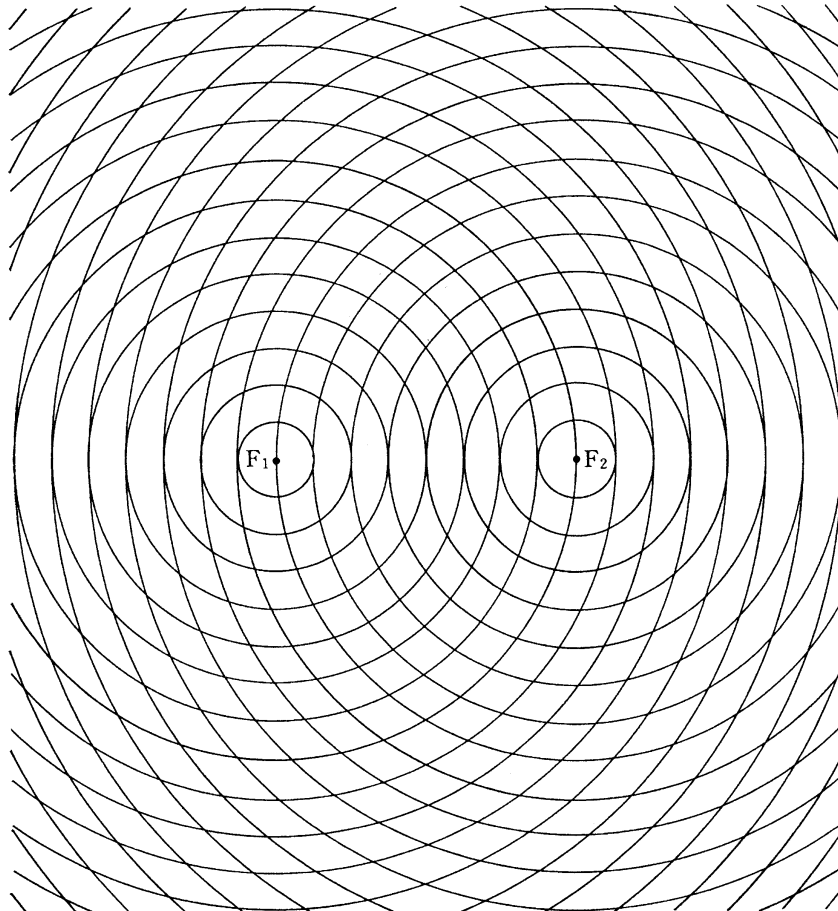
頂点・・・

中心・・・

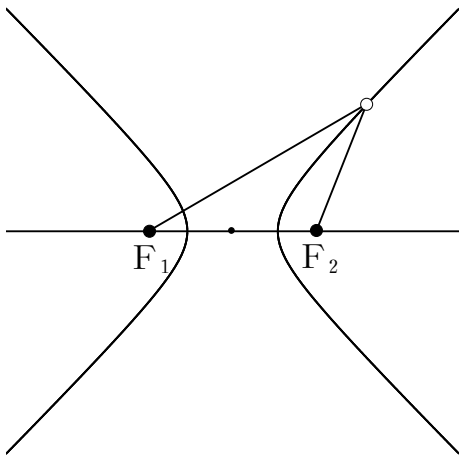


2 作図

双曲線を定義にしたがって作図してみよう。



3 方程式



次のように座標軸を入れることで、双曲線を方程式として表すことができる。

焦点 F_1 , F_2 の座標を

カ , キ

とし、この2点からの距離の差をケ

ただし、ケ

双曲線上の点を (x, y) とすると、

$PF_1 =$, $PF_2 =$

ここで、 $PF_1 - PF_2 = \pm 2a$ であるから、シ

この式を整理して、ス

$c > a$ であるから、セ とおくと、ソ であるので、

タ \dots 双曲線の方程式の標準形

【双曲線の方程式の標準形】

	焦点が x 軸上にある場合	焦点が y 軸上にある場合
方程式	①	⑤
焦点	②	⑥
頂点・中心	③	⑦
漸近線	④	⑧

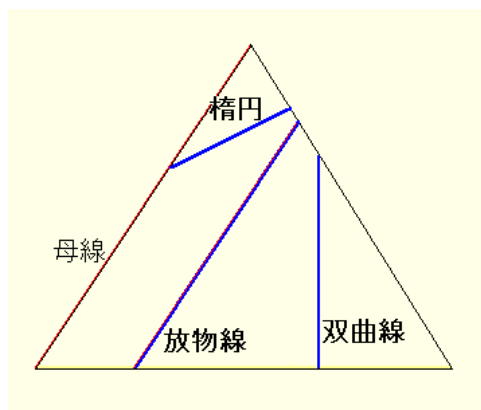
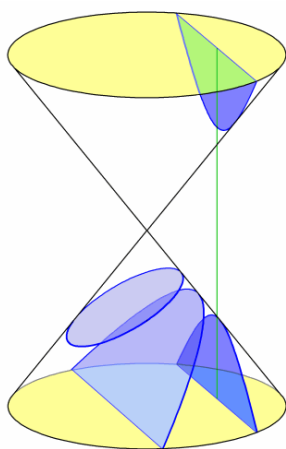
4 2次曲線

1 定義

円, 放物線, 楕円, 双曲線は, x, y の 2 次方程式で表される. これらの曲線をまとめて という. は, 一般的に方程式

で表される.

参考 円, 放物線, 楕円, 双曲線のことを円錐曲線ともいう.



2 平行移動

曲線 $F(x, y) = 0$ を x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線の方程式を求める.
 $F(x, y) = 0$ 上の点 $Q(s, t)$ が平行移動で移る点を $P(x, y)$ とすると,

... ①

,

... ②

② より

,

これらを ① に代入して,

曲線 $F(x, y) = 0$ を x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線の方程式は

$$F(x-p, y-q) = 0$$

3 2次曲線の方程式

ここまでに学んだ放物線（円を含む）、楕円、双曲線を表す方程式は、一般に次のようになる。

ケ

例題 方程式 $4x^2 + 9y^2 - 16x - 18y - 11 = 0$ はどのような図形を表すか。

解 この方程式を変形すると、

コ

サ

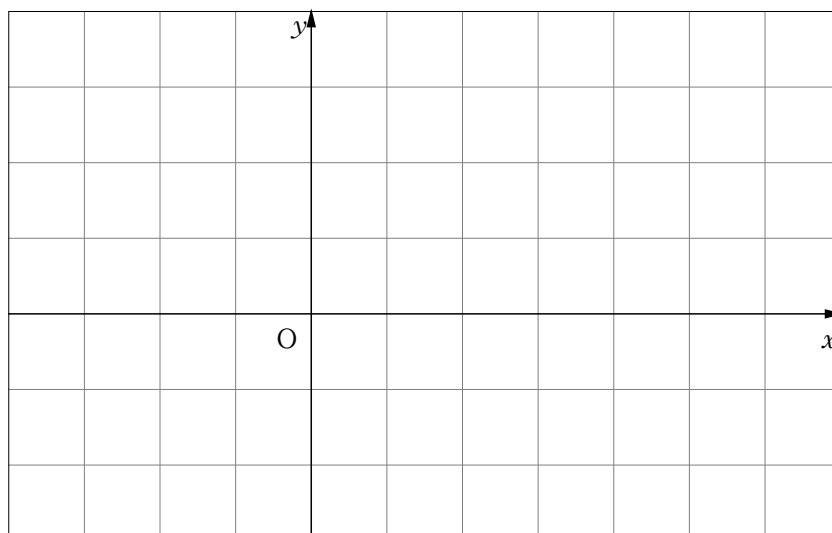
すなわち、

シ

よって、この方程式は、ス

を x 軸方向にセ

y 軸方向にソ だけ平行移動したタ を表す。



参考 2次曲線の方程式の一般形は、 $ax^2 + hxy + by^2 + cx + dy + e = 0$ のように表せる。

この形を標準形にするには、軸の回転も考える必要がある。