# 数 学 科 学 習 指 導 案

**日　　時**　2010年10月5日（火）第4校時
**対 象 者**　全日制課程　普通科　2年1組　42名
**授業者名**　東京都立町田高等学校　教諭　石井　啓
**場　　所**　3棟　3階　2年1組ホームルーム教室

**1. 単元名**　1章　数列　　1節　数列
教科書　飯高　茂・松本幸夫 他,『 数学B 』, 東京書籍, 2007年.
副教材　服部晶夫 監修,『 ニューアクション $\beta$　数学II＋B 』, 東京書籍, 2008年.
授業者作成プリント『 $\boxed{8}$ 合計の記号$\Sigma$を使いこなそう 』

**2. 単元の目標**
・数列の概念, 数列についての基本的な用語の意味や表し方を理解する.
・等差数列, 等比数列の定義や性質を理解し, その一般項や和を求めることができる.
・和の記号$\Sigma$の性質を理解し, 利用できる.
・自然数の和, 平方の和, 立方の和などの公式を理解し, 利用できる.
・等差数列, 等比数列以外の数列について, 一般項を求めたり, 和を求めたりすることができる. 特に, 階差数列を用いて一般項を求められる.

**3. 生徒の実態**
**【学年】**
・例年に比べ, 模擬試験の成績で上位層を占める生徒の割合が少ない学年である. しかし, その上位層の中には, 数学に関する知的好奇心を持ち, 自学でどんどん先の内容を学んでいる生徒もいる. 入学時からの様子を見ていても上位層の生徒が数学の学習に対して意欲的でないとは考えていない.
・中位層の中には, 課題などするべきことを与えられれば学習に取り組む生徒が多いが, 主体的に学習に取り組もうとする生徒は少ない. 与えられた課題には真摯に取りくむ生徒が多く, 主体的かつ継続的に学習に取り組めば実力が伸びる生徒が多いのではないかと考えている.
・上位層の生徒の実力を伸ばすこと, 中位層の生徒の学習に対する主体性と継続性の確立, という2つが受験生となるのを目前にした本学年の課題である.

**【クラス】**
・数学BではHR単位での授業を行っている. 第1学年の評定平均をもとに, 各HRがほぼ均等となるように編成されている. そのため, 数学が得意な生徒と苦手な生徒の占める割合が, HRによって一律ではない.
・数学に対して苦手意識を持つ生徒の占める割合が少なくないが, 授業には真剣に取り組む生徒が多い. ただ, 授業外（家庭）での自学自習が確立されておらず, 学習内容の定着という点で課題がある.

## 4. 単元について　【年間指導計画における位置づけ】

・本校の数学 B においては，『1 章　数列』，『2 章　ベクトル』，『3 章　統計とコンピュータ』，『4 章　数値計算とコンピュータ』の 4 単元のうち，『1 章　数列』，『2 章　ベクトル』を学習することにしている．

・本校における過去の実践において，ベクトルに関しては平面ベクトルと空間ベクトルの学習時期を分けた方が，定着がよかったという事例がある．そこで，本学年では『2 章　ベクトル』の 1 節と 2 節から学習を始め，3 節は『1 章　数列』を学習してから扱うことにした．

## 5. 単元の評価規準

| | ア　関心・意欲・態度 | イ　数学的な見方・考え方 | ウ　技能・表現 | エ　知識・理解 |
|---|---|---|---|---|
| **単元の評価規準** | ○等差数列や等比数列などを用いて，簡単な数列の規則性を発見しようとする． | ○数列の学習を通して，実生活にある事象の規則を数値で表し，一般化によって推定することの有用性を認識する． | ○数列の和や数列の一般項を記号 Σ を用いて表すなど，いろいろな数列の表し方ができる． | ○等差数列や等比数列などの数列の一般項や和および Σ の意味を理解している． |
| **学習活動に即した具体的な評価基準** | ①等差数列について関心を深め，興味を持つ．<br>②等比数列について関心を深め，興味を持つ．<br>③数列の和から一般項を求めようとする． | ①数列の一般項を求めるのに様々な方法があることを知る．<br>②数列の和を求めるのに様々な方法があることを知る． | ①等差数列の一般項，和を求めることができる．<br>②等比数列の一般項，和を求めることができる．<br>③累乗の和を Σ を用いて表すことができる．<br>④階差数列から一般項を求めることができる．<br>⑤数列の和から一般項を求めることができる． | ①数列の概念および数列についての基本的な用語の意味を理解する．<br>②等差数列，等比数列の一般項，和の求め方を理解する．<br>③記号 Σ の意味と性質を理解する．<br>④階差数列から一般項を求める考え方を理解する．<br>⑤数列の和から一般項を求める考え方を理解する． |

## 6. 単元の指導計画と評価計画（13 時間扱い）

| 時間 | 学習内容 | 評価規準［評価方法］ |
|---|---|---|
| 第 1 時 | ○数列，等差数列の定義を理解する．<br>○等差数列の一般項を求める． | ア－①・イ－①・ウ－①・エ－①②<br>［観察・プリント］ |
| 第 2 時 | ○等差数列の和を求める． | ア－①・ウ－①・エ－②<br>［観察・プリント］ |
| 第 3 時 | ○等比数列の定義を理解する．<br>○等比数列の一般項を求める． | ア－②・イ－①・ウ－②・エ－②<br>［観察・プリント］ |
| 第 4 時 | ○等比数列の和を求める． | ア－②・ウ－②・エ－②<br>［観察・プリント］ |
| 第 5 時 | ○自然数の平方の和を求める． | イ－②<br>［観察・プリント］ |
| 第 6 時 | ○自然数の立方の和を求める． | イ－②<br>［観察・プリント］ |
| 第 7 時 | ○和の記号Σの意味と用法を理解する． | ウ－③・エ－③<br>［観察・プリント］ |
| 第 8 時<br>（本時） | ○和の記号Σの性質を理解する．<br>○累乗の和を用いて，数列の和を求める． | イ－②・ウ－③・エ－③<br>［観察・プリント］ |
| 第 9 時 | ○問題演習 | ウ－①②③<br>［ノート・プリント］ |
| 第 10 時 | ○階差数列から一般項を求める． | イ－①・ウ－④・エ－④<br>［観察・プリント］ |
| 第 11 時 | ○数列の和から一般項を求める．<br>○分数で表された数列の和を求める． | ア－③・イ－①②・ウ－⑤・エ－⑤<br>［観察・プリント］ |
| 第 12 時 | ○複雑な数列の和を求める．<br>○群数列の考え方を理解する． | イ－①②<br>［観察・プリント］ |
| 第 13 時 | ○問題演習 | ウ－④⑤<br>［ノート・プリント］ |

## 7. 授業観察の視点　【習うより慣れろ】

和の記号Σは生徒にとって抵抗感が強く，数学離れの要因にもなりかねない．いろいろな例に触れながら学習をすすめるのがよいが，ただ説明を聞くだけではΣの取り扱いの習熟には至らない．そこで，本時では例を多く示すより，問題に当たりながら，試行錯誤を通してΣの取り扱いに慣れていくことを目指した．

## 8. 本時（第 8 時）

(1) 本時の目標　・和の記号Σの性質を理解し，活用できる.
　　　　　　　　・累乗の和をΣを用いて表し，それを活用していろいろな数列の和を求められる.

(2) 本時の展開

| 時間 | ■学習内容　○学習活動 | 指導上の留意点 | 評価規準［評価方法］ |
|---|---|---|---|
| 導入（5分） | ■前時の課題の解答<br>問題② 次の和を，$\sum$ を使って表せ.<br>(1) $1\cdot4+2\cdot5+\cdots+n(n+3)$<br>(2) $1\cdot3+3\cdot5+5\cdot7+\cdots+49\cdot51$ | ・答 (1) $\sum_{k=1}^{n}k(k+3)$<br>(2) $\sum_{k=1}^{25}(2k-1)(2k+1)$ | ・エ－③［観察］ |
| 展開Ⅰ（20分） | ■Σの性質の証明<br>○プリントに証明を書き入れる. | ・$\sum_{k=1}^{n}c=c$ というミスが多いことを注意する. | |
| | ■例の空欄補充<br>○空欄を補充し，和を求める.<br>ア $\sum_{k=1}^{10}k(k+1)$<br>イ $\sum_{k=1}^{10}k(k+1)=\sum_{k=1}^{10}\left(k^2+k\right)=\cdots$ | | ・エ－③［観察］ |
| | ○問題①を解く.<br>答 (1) $\frac{1}{2}n(5n+7)$<br>(2) $\frac{1}{3}n\left(n^2-7\right)$<br>(3) $\frac{1}{4}(n-1)n(n+1)(n+2)$ | ・自然数の和，平方の和，立方の和に関しては，プリントの枠内を確認させる. | ・ウ－③［プリント］ |
| | ○問題②を解く.<br>答 (1) $2(n-1)$<br>(2) $-3(n+1)$ | ・(1) の $n\geqq2$ について注意をする. | ・ウ－③［プリント］ |
| | ○問題③を解く.<br>答 一般項　$n(n+2)$<br>和　$\frac{1}{6}n(n+1)(2n+7)$ | | ・ウ－③［プリント］ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 展開Ⅱ（15分） | ○問題④を解く．<br>答 (1) $(3n-2)^2$<br>$\frac{1}{2}n\left(6n^2-3n-1\right)$<br>(2) $2n(n+2)^2$<br>$\frac{1}{6}n(n+1)\left(3n^2+19n+32\right)$<br>(3) $2^n-1$<br>$2^{n+1}-n-2$ | ・生徒の取り組み状況に応じて演習プリントを配布する． | ・ウ－③［プリント］ |
| まとめ（5分） | ■課題の演習プリントの配布 | ・上記のプリントのことを指す．<br>・次回の授業までに解答しておくことを指示する． | |

(3) 座席配置

黒板

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 136 | 129 | 122 | 115 | 108 | 101 |
| 137 | 130 | 123 | 116 | 109 | 102 |
| 138 | 131 | 124 | 117 | 110 | 103 |
| 139 | 132 | 125 | 118 | 111 | 104 |
| 140 | 133 | 126 | 119 | 112 | 105 |
| 141 | 134 | 127 | 120 | 113 | 106 |
| 142 | 135 | 128 | 121 | 114 | 107 |

## (4) 授業者作成プリント



### 8 合計の記号 Σ を使いこなそう

**1 基本的な性質と公式**

(i) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$　　(ii) $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$

(i) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=$

(ii) $\sum_{k=1}^{n}ca_k=$

例　プリント「7 **再び，夏みかんは何個かな？**」に出てきた式

$1\cdot2+2\cdot3+\cdots+10\cdot11$

を，Σを使って表すと，

$1\cdot2+2\cdot3+\cdots+10\cdot11=$ ア［　　］

となるので，この値は

イ［　　］

| | |
|---|---|
| **（自然数の和）** | $\sum_{k=1}^{n}k=1+2+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$ |
| **（自然数の平方の和）** | $\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ |
| **（自然数の立方の和）** | $\sum_{k=1}^{n}k^3=1^3+2^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$ |

問題① 次の和を求めよ．

(1) $\sum_{k=1}^{n}(5k+1)$

(2) $\sum_{k=1}^{n}(k+1)(k-2)$

(3) $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)(k-1)$

問題② 次の和を求めよ．

(1) $n\geqq2$ のとき　$\sum_{k=1}^{n-1}2$

(2) $\sum_{k=1}^{n+1}(-3)$

問題③ 数列 $1\cdot3,\ 2\cdot4,\ 3\cdot5,\ 4\cdot6,\ \cdots$ の一般項を求めよ．また，初項から第 $n$ 項までの和を求めよ．

問題④ 次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，初項から第 $n$ 項までの和を求めよ．

(1) $1^2,\ 4^2,\ 7^2,\ 10^2,\ 13^2,\ \cdots$

(2) $2\cdot3^2,\ 4\cdot4^2,\ 6\cdot5^2,\ 8\cdot6^2,\ 10\cdot7^2,\ \cdots$

(3) $1,\ 1+2,\ 1+2+4,\ 1+2+4+8,\ 1+2+4+8+16,\ \cdots$

年　　組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿