数　学　科　学　習　指　導　案

日　　時　2011年11月16日（火）第3校時
対 象 者　全日制課程　普通科　2年3・4組　28名
授業者名　東京都立町田高等学校　教諭　石井　啓
場　　所　3棟　3階　2年4組ホームルーム教室

1．単元名　5章　微分と積分　　1節　微分係数と導関数
教科書　飯高　茂・松本幸夫 他，『 数学 II 』，東京書籍，2007年.
副教材　服部晶夫 監修，『 ニューアクション β　数学 II＋B 』，東京書籍，2008年.
授業者作成プリント『 $\boxed{3}$ 導関数 』，『 $\boxed{4}$ 導関数の計算 』

2．単元の目標
・平均変化率の意味を明らかにすることを通して極限と微分の考え方を準備する.
・平均変化率の極限値としての微分係数を求めることができるようにする.
・グラフの接線の傾きを，微分係数の図形的意味から理解させる.
・導関数を定義し，関数の実数倍，和，差の公式を用いて簡単な多項式関数の導関数が計算できるようにする.

3．生徒の実態
【学年】
・例年に比べ，模擬試験の成績で上位層を占める生徒の割合が少ない学年である．しかし，その上位層の中には，数学に関する知的好奇心を持ち，自学でどんどん先の内容を学んでいる生徒もいる．入学時からの様子を見ていても上位層の生徒が数学の学習に対して意欲的でないとは考えていない.
・中位層の中には，課題などするべきことを与えられれば学習に取り組む生徒が多いが，主体的に学習に取り組もうとする生徒は少ない．与えられた課題には真摯に取りくむ生徒が多く，主体的かつ継続的に学習に取り組めば実力が伸びる生徒が多いのではないかと考えている.
・上位層の生徒の実力を伸ばすこと，中位層の生徒の学習に対する主体性と継続性の確立，という2つが受験生となるのを目前にした本学年の課題である.

【クラス】
・本校では，数学 II において2クラス3展開の習熟度別授業を行っている．本授業のクラスは数学を苦手とする生徒たちが主となっている.
・数学 II のクラス編成では，3つに展開したクラスの人数比がほぼ同数となるようにした上で，生徒の人間関係などを考慮して調整を行っている．そのため，一見するとものすごく数学が得意に見える生徒も中にはいる.
・数学に対して好意的な生徒が多く，問題などにも意欲的に取り組む生徒が多い．ただ，授業外（家庭）での自学自習が確立されておらず，学習内容の定着という点で

課題がある.

4. 単元について　【年間指導計画における位置づけ】

・本校では第 1 学年の数学 I において,『1 章　方程式・式と証明』,『2 章　図形と方程式（直線の方程式まで)』を発展として学習をしている．今年度は第 1 学年で学習を始めた『2 章　図形と方程式』の続き（円の方程式から）から学習を始めた．その後，累乗という身近な計算から導入できるので，生徒にとって取りつきやすいだろうと考え,『4 章　指数関数・対数関数』へと学習をすすめた．その後『3 章　三角関数』学習し，本単元が含まれる『4 章　微分と積分』と学習をすすめてきている.

5. 単元の評価規準

	ア　関心・意欲・態度	イ　数学的な見方・考え方	ウ　技能・表現	エ　知識・理解
単元の評価規準	○極限や微分法の考え方に興味をもって取り組もうとする.	○平均変化率の図形的な意味と微分係数の図形的な意味との違いを考察する.	○微分の考えを理解し, 具体的な事象を数学的に考察し, 処理することができる.	○微分の考えにおける基本的な概念を理解し, 基礎的な知識を身につけている.
学習活動に即した具体的な評価基準	①関数の平均変化率の極限として微分係数を求めることに関心を持つ.	①グラフの接線の傾きと対比して, 微分係数の図形的な意味を理解する.	①定義に従って関数 $f(x)$ の微分係数, 導関数を求めることができる.	①導関数の性質を理解し，関数 $f(x)$ を微分することができる.

6. 単元の指導計画と評価計画（4 時間扱い）

時間	学習内容	評価規準［評価方法］
第 1 時	○平均変化率の図形的意味を理解する. ○極限値の意味を理解する.	アー① ［観察・プリント］
第 2 時	○微分係数の図形的な意味を理解する.	アー①・イー① ［観察・プリント］
第 3 時 （本時）	○定義にしたがって微分係数を求める. ○導関数を求める公式を導く.	ウー①・エー① ［観察・プリント］
第 4 時	○多項式関数を微分する. ○問題演習	ウー①・エー① ［観察・プリント］

7. 授業観察の視点　　【自然数 n に対して $\left\{x^n\right\}' = nx^{n-1}$ を証明する】

教科書では x^n の導関数を求める公式は，学習指導要領のせいで n が 1，2，3

の場合に制限されている．本学年では，微分法の応用で 4 次関数も扱う計画なので，この制限は不都合である．$n=4$ の場合だけ個別に証明する方法もあるが，応用の範囲が広がることと二項定理が既習であることから，自然数 n について証明をすることにした．

8．本時（第 3 時）

(1) 本時の目標　・定義にしたがって微分係数を求めることができる．
　　　　　　　　・関数を求める公式を導く過程を理解できる．

(2) 本時の展開

時間	■学習内容　○学習活動	指導上の留意点	評価規準［評価方法］
導入（10分）	■**復習** ○**復習**を解く． (1) $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=6$ (2) $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=-4$ (3) $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=2x$	・前時のプリントなどを参照させながら取り組ませる．	ウ－①［プリント］
展開Ⅰ（15分）	■導関数の導入 ○**復習**で得た結果を利用して導関数について理解する． ■$\left\{x^n\right\}'=nx^{n-1}$ の証明 ○板書された証明をプリントに記入する． ■例題❶の解説 ■$\left\{kx^n\right\}'=k\cdot nx^{n-1}$ の証明 ○板書された証明をプリントに記入する． ■例題❷の解説 ■問題② ○問題② を解く．	・具体例である関数 x^2 の場合に則しながら，一般的な導関数の説明へとつなげる． ・必要に応じて二項定理がどのようなものであるかを簡単に復習する． ・導関数を表す記法について説明する． ・厳密には極限に関する公式を必要とするが，学んでいないので直感に訴える証明であることを補足する． ・(2) の値と別解の値が一致することを確認する．	・エ－①［観察］

	(1)　$f'(x)=-12x^2$ (2)　$f'(-3)=-108$		
展開Ⅱ（15分）	■**復習** ○**復習**を解く． (1)　$f'(x)=6x^2$ (2)　$f'(x)=x^2$ ■$\{c\}'=0$ の証明 ■問題① ○問題① を解く． $y'=0$ ■例題❷の解説	・プリント『 4 導関数の計算 』を配布する． ・プリントの証明を見ながら解説を聞かせる． ・発問で答えさせる． ・ここでは，項別微分の公式には触れず，多項式関数の微分の仕方を教える．	・エ－①［プリント］ ・エ－①［観察］
まとめ（5分）	■本時で学習したことを確認 ○問題② を解く	・問題② を次時までの課題とする．	

(3) 座席配置

黒板

410	405	401	310	305	301
411	406	402	311	306	302
412	407	403	312	307	303
413	408	404	313	308	304
414	409		314	309	

(4) 授業者作成プリント

『 3 導関数 』

微分・積分　No.3

3 導関数

復習 関数 $f(x)=x^2$ について，次の微分係数を求めよ．

(1) $f'(3)$

(2) $f'(-2)$

(3) $f'(x)$

1 導関数

上の**復習**の (3) で得られた式について，次のことを考えてみよう．

[1] $x=3$ を代入する．すなわち，$f'(3)=$

⇨注　これは，**復習**の (1) の結果と一致している．

[2] $x=-2$ を代入する．すなわち，$f'(-2)=$

⇨注　これは，**復習**の (2) の結果と一致している．

以上の結果から想像がつくように，$f'(x)=2x$ の x に a を代入すると $x=a$ における微分係数 $f'(a)=2a$ が得られる．

例　関数 $f(x)=x^2$ の微分係数 $f'(2)$ は，$f'(x)=2x$ の x に 2 を代入して求められる．

$f'(2)=2\cdot 2=4$　　⇨注　$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}(4+h)=4$

この $f'(x)=2x$ を関数 $f(x)=x^2$ の ア［　　　　］ という．

一般に，関数の導関数がわかっていれば，上の例のように導関数に値を代入することで微分係数を求めることができる．

2 導関数を求める公式（その 1）

一般に，次の公式が成り立つ．

公式❶　関数 $f(x)=x^n$ の導関数は　$\boldsymbol{f'(x)=nx^{n-1}}$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$

⇨注　関数 $y=f(x)$ の導関数を表すのに，次の記号がよく使われる．

$f'(x)$　　$\frac{d}{dx}f(x)$　　y'　　$\frac{dy}{dx}$

関数 $f(x)$ からその導関数 $f'(x)$ を求めることを，$f(x)$ を イ［　　　　］ という．

例題❶　関数 $f(x)=x^5$ を微分せよ．

解　$f'(x)=5x^{5-1}=5x^4$．

公式❷　関数 $f(x)=kx^n$ の導関数は　$\boldsymbol{f'(x)=k\cdot nx^{n-1}}$　$(k:定数,\ n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$

例題❷　関数 $f(x)=5x^2$ を微分せよ．

解　$f'(x)=5\cdot 2x^{2-1}=10x$．

問題②　関数 $f(x)=-4x^3$ について，次の各問いに答えよ．

(1) $f(x)=-4x^3$ を微分せよ．

(2) 微分係数 $f'(-3)$ を求めよ．

別解　$f'(-3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-3+h)-f(-3)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-4(-3+h)^3-4\cdot(-3)^3}{h}=\lim_{h\to 0}\left(-108+36h-4h^2\right)=-108.$

2年　　組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

『 4 導関数の計算 』

微分・積分　No.4

4 導関数の計算

復習 次の関数を微分し，$x=5$ における微分係数を求めよ．

(1) $f(x)=2x^3$

(2) $f(x)=\frac{1}{3}x^3$

1 導関数を求める公式（その 2）

定数関数の導関数は次のようになる．

公式❸　定数関数 $f(x)=c$ の導関数は　$\boldsymbol{f'(x)=0}$　$(c:定数)$

証明　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{c-c}{h}=\lim_{h\to 0}0=0$．　終

問題①　関数 $y=-6$ を微分せよ．

例題❷　次の関数を微分せよ．

考え方　公式❶，公式❷，公式❸を使って項ごとに微分する．

(1) $f(x)=3x^2-1$

解　$f'(x)=$

(2) $y=2x^3+3x^2-5x+2$

解　$y'=$

問題②　次の関数を微分せよ．☞教科書 **p.181　問 13**

(1) $y=-2x+3$　　(2) $y=-3x^2+x+4$

(3) $y=5x^3-8x+1$　　(4) $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-3x+1$

(5) $y=-4x^3+6x^2+7x-9$

2 導関数の計算

例題❸　関数 $y=(2x+1)(x-3)$ を微分せよ．

考え方　右辺を展開してから項ごとに微分する．

解　$y=2x^2-5x-3$ となるので

$y'=$

問題③　次の関数を微分せよ．☞教科書 **p.181　問 14**

(1) $y=(x+5)(3x-1)$　　(2) $y=(2x+3)^2$

(3) $y=x(x+1)^2$　　(4) $y=(x-1)^3$

3 導関数と微分係数

関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ に値を代入することで微分係数を求めることができる．

［関数 $f(x)$］ $\xrightarrow{\text{微分する}}$ ア［　　　　］ $\xrightarrow{x=a\text{ を代入する}}$ イ［　　　　］

関数 $f(x)$ のグラフ上の点 $(a\ ,\ b)$ における接線の傾きは，$x=a$ における微分係数 $f'(a)$ に等しい．

ウ［　　　　］ $\xrightarrow{\text{同じこと}}$ エ［　　　　］

問題④　関数 $f(x)=x^3+x^2-ax+1$ について，次の各問いに答えよ．

☞教科書 **p.172　問 11**

(1) $x=1$ における微分係数を a を使って表せ．

(2) $f'(1)=7$ となる a の値を求めよ．

2年　　組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿