

# 数 学 科 学 習 指 導 案

日 時 2010年10月5日(火) 第3校時

対 象 者 全日制課程 普通科 2年3・4組 28名

授業者名 東京都立町田高等学校 教諭 石井 啓

場 所 3棟 3階 2年4組ホームルーム教室

## 1. 単元名

3章 三角関数 2節 加法定理

教科書 飯高 茂・松本幸夫 他, 『数学Ⅱ』, 東京書籍, 2007年.

副教材 服部晶夫 監修, 『ニューアクションβ 数学Ⅱ+B』, 東京書籍, 2008年.

授業者作成プリント 『 $\cos 15^\circ$ の値は?』

- ## 2. 単元の目標
- ・三角関数の加法定理を導き, それより, 導かれる2倍角の公式とその公式の応用を学ぶ.
  - ・三角関数の加法定理の簡単な応用として, 2直線のつくる角, 三角関数の合成とその利用方法を学ぶ.
  - ・発展学習として, 三角関数の和と積の変換公式を導き, その利用方法を学ぶ.

## 3. 生徒の実態 【学年】

- ・例年に比べ, 模擬試験の成績で上位層を占める生徒の割合が少ない学年である. しかし, その上位層の中には, 数学に関する知的好奇心を持ち, 自学でどんどん先の内容を学んでいる生徒もいる. 入学時からの様子を見ている上位層の生徒が数学の学習に対して意欲的でないと考えていない.
- ・中位層の中には, 課題などすべきことを与えられれば学習に取り組む生徒が多いが, 主体的に学習に取り組もうとする生徒は少ない. 与えられた課題には真摯に取り組む生徒が多く, 主体的かつ継続的に学習に取り組めば実力が伸びる生徒が多いのではないかと考えている.
- ・上位層の生徒の実力を伸ばすこと, 中位層の生徒の学習に対する主体性と継続性の確立, という2つが受験生となるのを目前にした本学年の課題である.

## 【クラス】

- ・本校では, 数学Ⅱにおいて2クラス3展開の習熟度別授業を行っている. 本授業のクラスは数学を苦手とする生徒たちが主となっている.
- ・数学Ⅱのクラス編成では, 3つに展開したクラスの人数比がほぼ同数となるようにした上で, 生徒の人間関係などを考慮して調整を行っている. そのため, 一見するともものすごく数学が得意に見える生徒も中にはいる.
- ・数学に対して好意的な生徒が多く, 問題などにも意欲的に取り組む生徒が多い. ただ, 授業外(家庭)での自学自習が確立されておらず, 学習内容の定着という点で

課題がある。

#### 4. 単元について 【年間指導計画における位置づけ】

・本校では第1学年の数学Iにおいて、『1章 方程式・式と証明』、『2章 図形と方程式（直線の方程式まで）』を発展として学習をしている。今年度は第1学年で学習を始めた『2章 図形と方程式』の続き（円の方程式から）から学習を始めた。その後、累乗という身近な計算から導入できるので、生徒にとって取りつきやすいだろうと考え、『4章 指数関数・対数関数』へと学習をすすめた。そのため、本単元が含まれる『3章 三角関数』は第2回定期考査後（夏季休業前）に学習することにした。

※『4章 微分と積分』は数学IIIとの連絡をよくするために、第3回定期考査後に学習をする。

#### 5. 単元の評価規準

	ア 関心・意欲・態度	イ 数学的な見方・考え方	ウ 技能・表現	エ 知識・理解
単元の評価 規準	○三角関数の加法定理を具体的な事象の考察に活用しようとする。	○三角関数の加法定理や三角関数の合成について、証明を通して認識する。 ○加法定理を使って式を変形することなどを考察する。	○三角関数の加法定理について理解し、求値問題などに応用できる。 ○三角関数含む方程式や三角関数の最大・最小の問題などに応用できる。	○三角関数について理解し、三角関数についての理解を深めている。
学習活動に 即した具体的 評価基準	① $\alpha + \beta$ や $\alpha - \beta$ の三角関数に関心をもち、 $\alpha$ 、 $\beta$ の三角関数で表してみようとする。 ② $2\alpha$ の三角関数に関心をもち、 $\alpha$ の三角関数で表してみようとする。 ③三角関数の合成に関心をもち、その方法を考えようとする。	①三角関数の加法定理を導く過程を考察することができる。 ②2倍角の公式・半角の公式を導く過程を考察することができる。 ③三角関数を合成する過程を考察することができる。	① $15^\circ$ 、 $75^\circ$ 、 $105^\circ$ などの三角関数の値を求めることができる。 ②2直線のなす角を求めることができる。 ③三角関数を含む方程式を解いたり、三角関数の最大値と最小値を求めたりすることができる。	①三角関数の加法定理について理解している。 ②2倍角の公式、半角の公式について理解している。 ③三角関数を合成する方法を理解している。

## 6. 単元の指導計画と評価計画（7時間扱い）

時間	学習内容	評価規準【評価方法】
第1時 (本時)	○正弦・余弦の加法定理を証明する. ○三角関数の値を求める.	アー①・イー①・ウー①・エー① [観察・プリント]
第2時	○正接の加法定理を証明する. ○2直線のなす角を求める.	アー①・イー①・ウー②・エー① [観察・プリント]
第3時	○2倍角の公式を証明する. ○三角関数の最大値・最小値を求める.	アー②・イー②・ウー③・エー② [観察・プリント]
第4時	○三角関数を含む方程式を解く. ○半角の公式を証明する.	イー②・ウー③・エー② [観察・プリント]
第5時	○三角関数の合成について理解する. ○三角関数の最大値・最小値を求める.	アー③・イー③・ウー③・エー③ [観察・プリント]
第6時	○三角関数を含む方程式を解く.	ウー③ [観察・プリント]
第7時	○和と積の変換公式を証明する.	エー① [観察・プリント]

## 7. 授業観察の視点 【新しい学習内容の導入に他科目での学習内容を活用する】

加法定理の証明には様々あるが、教科書では単位円上の2点間の距離を利用して証明している。本授業では、数学Bで学習した平面ベクトルの内積を利用して証明する。生徒は同じ数学という教科であっても科目が違くと別々のものとして捉える傾向がある。科目が違っていても数学として1つのものとして捉える視点は必要であり、既習内容は他科目（あるいは他教科）でも積極的に活用するようにさせたい。若干ではあるが、そのような姿勢を見せたく、本時ではベクトルの内積を利用することにした。

## 8. 本時（第1時）

- (1) 本時の目標 ・ 正弦と余弦の加法定理の証明を理解できる。  
・ 正弦と余弦の加法定理を利用して、三角関数の値を求めることができる。

### (2) 本時の展開

時間	■学習内容 ○学習活動	指導上の留意点	評価規準【評価方法】
導入 (5分)	■ $\cos 15^\circ$ の値を求める方法についての考察 ○ $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ の三角関数の値との関係を考える.	・ $\cos 15^\circ = \cos 45^\circ - \cos 30^\circ$ とはならないことを確認する.	

展開 I (15分)	<p> <b>■</b> <math>\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta</math>          を証明するための点の設定          ○プリントに点を書き入れる.          ・角<math>\alpha</math>, 角<math>\beta</math>の動径をそれぞれ          OA, OBとする.          ・<math>\triangle OAB</math>を原点のまわりに<math>-\beta</math>          だけ回転したものを  <math>\triangle OA'B'</math>とする.       </p> <p> <b>■</b> 4点A, B, A', B'の座標の          確認          ○三角関数の定義から, 3点A,          B, A'の座標が<math>\alpha, \beta</math>を使っ          て表せることを確認する.          ・<math>A(\cos\alpha, \sin\alpha)</math>          ・<math>B(\cos\beta, \sin\beta)</math>          ・<math>A'(\cos(\alpha - \beta), \sin(\alpha - \beta))</math> </p> <p> <b>■</b> 内積 <math>\vec{OA} \cdot \vec{OB}</math>, <math>\vec{OA'} \cdot \vec{OB'}</math> の          計算          ○内積の計算をする。          ・ <math>\vec{OA} \cdot \vec{OB}</math>  <math display="block">= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta</math>         ・ <math>\vec{OA'} \cdot \vec{OB'} = \cos(\alpha - \beta)</math> </p> <p> <b>■</b> <math>\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA'} \cdot \vec{OB'}</math> から          加法定理の導出          ○ <math>\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA'} \cdot \vec{OB'}</math> を確          認して次式を得る.          ・ <math>\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta</math> </p> <p> <b>■</b> 残りの加法定理の導出          ○上式より残りの加法定理を導          く.          ・ <math>\beta \rightarrow -\beta</math>と置き換え          ・ <math>\beta \rightarrow \beta + \frac{\pi}{2}</math>と置き換え       </p>	<p>         ・ <math>\angle AOB = \angle A'OB'</math> となることを          確認しながら板書をする.       </p> <p>         ・ 正弦と余弦の定義を確認しな          がら3点A, B, A'の座標を          板書する.       </p> <p>         ・ 内積に関しては, プリントの          [参考]の枠内を確認させる.       </p> <p>         ・ <math>\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA'} \cdot \vec{OB'}</math> が成り          立つ理由を確認しながら板書          をすすめる.       </p> <p>         ・ <math>\sin(\alpha + \beta)</math> は <math>\sin(\alpha - \beta)</math> におい          て, <math>\beta \rightarrow -\beta</math>と置き換えればよ          いことを説明する.       </p>	<p>         ・ イ-① [観察]       </p>
------------------	---	---	-----------------------------------



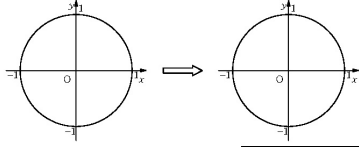
(4) 授業者作成プリント

三角関数 No.10

10  $\cos 15^\circ$ の値は？

はじめに、 $\cos(\alpha - \beta)$ と $\sin \alpha$ ,  $\sin \beta$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ との間に成り立つ等式  
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

を証明する。点A, B, A', B'を下図のようにとる。



**【定義】**  
 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2)$   
 $\theta$ :  $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角  
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = a_1 b_1 + a_2 b_2$

**【加法定理】**

1  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$        $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$   
 2  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$        $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

**【例題1】**  $\cos 15^\circ$ の値を求めよ。  
**【解】**

**【問題1】** 加法定理を用いて、次の値を求めよ。

- (1)  $\cos 75^\circ =$
- (2)  $\sin 105^\circ =$
- (3)  $\cos 105^\circ =$

**【例題2】**  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\sin \beta = \frac{15}{17}$ のとき、 $\sin(\alpha + \beta)$ の値を求めよ。ただし、 $\alpha$ は第1象限の角、 $\beta$ 第2象限の角とする。  
**【解】**

**【問題2】** **【例題2】**の $\alpha$ ,  $\beta$ において、次の値を求めよ。

- (1)  $\sin(\alpha - \beta)$       (2)  $\cos(\alpha + \beta)$       (3)  $\cos(\alpha - \beta)$
- 2年 組 番 氏名 \_\_\_\_\_