

高等学校数学科（数学Ⅰ）学習指導案

| | | | |
|------|---------------------------------------|----|------------|
| 学校名 | 東京都立千歳丘高等学校 | | |
| 学 級 | 1年5組（習熟度別2展開） 生徒31名（女子14名，男子17名） | | |
| 実施日時 | 2003（平成15）年10月23日 第5時限（13時20分～14時10分） | | |
| 場 所 | 東京都立千歳丘高等学校 視聴覚室（1号館4階） | | |
| 授業者 | 東京都立千歳丘高等学校 教諭 石井 啓 | | |
| 班 員 | 東京都立片倉高等学校 | 教諭 | 久保田 聡（代表者） |
| | 東京都立田柄高等学校 | 教諭 | 原田 能成（記録係） |
| | 東京都立つばさ総合高等学校 | 教諭 | 石川 達也 |
| | 東京都立武蔵村山高等学校 | 教諭 | 白鳥 靖 |
| | 東京都立深沢高等学校 | 教諭 | 高橋 和久 |
| | 東京都立志村高等学校 | 教諭 | 能勢 隆尚 |

I 単元名

2次関数 [20時間]

II 単元設定の事由（教材観）

中学校では，ともなって変わる2つの数量の間の関係として関数を導入する．そして，第1学年で「比例」，「反比例」，第2学年で「1次関数」，第3学年で「2乗に比例する関数」について，2つの数量の関数関係を式や表，グラフなどに表すことを学習している．

高等学校では，中学校での学習を受けて「2次関数（数学Ⅰ）」，「三角関数，指数関数，対数関数（数学Ⅱ）」，「分数関数，無理関数，合成関数，逆関数（数学Ⅲ）」などの様々な関数を学習していく．さらに，関数の値の変化を調べる方法として「微分法・積分法（数学Ⅱ・Ⅲ）」も学習する．このように，コアとなる数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲの3科目のいずれでも学習し，指導時間の配当も多くなる「関数」は，高等学校数学科の学習内容の中心的な位置を占めるものであると言える．数学Ⅰで学習する「2次関数」は高等学校における「関数」の基礎・基本となるものであり，しっかりと身につけておくべきものである．

本単元は，中学校の既習事項を基に「2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ 」を扱い，

- グラフを通して，関数の値の変化を考察する
- グラフを通して，関数の最大値・最小値を求める
- グラフと x 軸との位置関係と2次方程式の解の関係について理解する
- グラフを利用して2次不等式の解を求める

ことを通して，「関数を用いて数量の変化を表現することの有用性」や「関数のグラフを活用することのよさ」を認識させ，「関数」の基礎・基本を身につける学習場面として設定する．

Ⅲ 単元の指導目標

- ① $y=ax^2$ のグラフについて考察，理解し，このグラフを平行移動することによって $y=a(x-p)^2+q$ ，すなわち， $y=ax^2+bx+c$ のグラフを正しく書けるようにする。
- ② 2次関数のグラフの性質を通して，2次関数の最大・最小についての理解を深め，いろいろな問題の解決に応用する力を養う。
- ③ グラフについての条件が与えられた場合に，それを満たす2次関数を求めることを通して，2次関数についての理解を深める。
- ④ 2次関数のグラフと x 軸の共有点と2次方程式の実数解との関係について理解し，様々な場面で応用できるようにする。
- ⑤ 2次関数のグラフを利用して2次不等式の解についての理解を深め，様々な場面で2次不等式を解くことができるようにする。

Ⅳ 単元の指導計画 [20 時間]

| | |
|-----------------|---------------|
| §1 2次関数 | [10 時間] |
| 1. 関数とグラフ | (2 時間) |
| 2. 2次関数のグラフ | (7 時間) |
| 3. 2次関数の決定 | (1 時間) |
| §2 2次関数の応用 | [10 時間] |
| 1. 2次関数の最大値と最小値 | (2 時間) |
| 2. 2次関数と2次方程式 | (本時：2時間中1時間目) |
| 3. 2次不等式 | (6 時間) |

Ⅴ 本時の学習指導

- (1) 主題
2次関数と2次方程式
- (2) 指導目標
 - ① 「2次関数のグラフと x 軸との共有点がある場合，その x 座標」を求めるには，2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ を解けばよいことを理解する。
 - ② 「2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸との共有点の個数」と「2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の個数」が等しいことを理解させ，2次関数のグラフと x 軸との位置関係を $D=b^2-4ac$ の値で判別できることに気づかせる。
- (3) 教材・教具
教科書 長岡 亮介／森 正武 編：「新編 数学 I」，旺文社，2003 年。
副教材 長岡 亮介 監修：「新編 数学 I ナチュラル問題集」，旺文社，2003 年。
授業者作成ワークシート
機 器 ノートパソコン，プロジェクター

(4) 展開

| 段階 | 時間 | 学習内容 | 学習活動 | 留意点 |
|------|-----|---|---|--|
| 導入 | 10分 | ①2次関数のグラフをかく. (1) $y = x^2 - 4x + 3$ (2) $y = x^2 - 4x + 4$ (3) $y = x^2 - 4x + 6$ | ①(1), (2), (3)のグラフをかく. | <ul style="list-style-type: none"> ・ y切片の記入も忘れないように指示する. ・ 2次関数のグラフと x軸との共有点が2個, 1個, 0個のいずれかであることをコンピュータ上でグラフを平行移動させて確認する. |
| | | ② x軸との共有点の個数を調べる. | ② x軸との共有点の個数を表に記入する. | |
| 展開 I | 15分 | ③(1), (2)の2次関数のグラフと x軸との共有点の座標を求める. | ③ 【生徒の予想される反応】 <ul style="list-style-type: none"> ・ (2)の解が1つしかない (1) $x^2 - 4x + 3 = 0$ を解き, x座標を求める. $(1, 0), (3, 0)$ (2) $x^2 - 4x + 4 = 0$ を解き, x座標を求める. $(2, 0)$ | <ul style="list-style-type: none"> ・ y切片を求めるときに $x=0$としたことから, $y=0$とすればよいことに気づかせる. ・ (2)の2次関数のグラフと x軸との共有点が1個だけなので $x^2 - 4x + 4 = 0$の解が1個であることを確認する. |
| | | ④(3)の2次関数の場合に $y=0$ とした2次方程式の解はどうなるかを調べる. | ④ 【生徒の予想される反応】 <ul style="list-style-type: none"> ・ 因数分解ができない ・ 解がない ・ 解が2個ある (3) $x^2 - 4x + 6 = 0$ を解の公式を使って解く. $x = \frac{4 \pm \sqrt{-8}}{2}$ | |
| | | ⑤ x軸との共有点の個数と2次方程式の実数解の個数の関係を調べる. | ⑤ 2次方程式の実数解の個数を②の表に記入する. | |

| | | |
|-----|--|--|
| 共有点 | | |
| 2個 | | |
| 1個 | | |
| 0個 | | |

| | | |
|-----|----|--|
| 共有点 | 解 | |
| 2個 | 2個 | |
| 1個 | 1個 | |
| 0個 | 0個 | |

| <p>展 開 II</p> | <p>20分</p> | <p>⑥次の2次関数のグラフとx軸との共有点の個数をグラフをかかずに求める方法はないか考える。 (1) $y = x^2 - 2x + 3$ (2) $y = x^2 - 2x - 1$</p> <p>⑦⑥の2次関数のグラフとx軸との共有点の個数を2次方程式を解かずに求める方法はないか考える。</p> <p>⑧x軸との共有点の個数と判別式の符号の関係を調べる。</p> <p>⑨〔練習〕 次の2次関数のグラフとx軸との共有点の個数を求めよ。 (1) $y = x^2 - 2x - 3$ (2) $y = x^2 - 2x + 1$</p> | <p>⑥【生徒の予想される反応】</p> <ul style="list-style-type: none"> 共有点の座標を求める $y = 0$とした2次方程式を解く <p>(1) $x = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2}$ より, 解がないので, 0個 (2) $x = 1 \pm \sqrt{2}$ より, 2個</p> <p>⑦【生徒の予想される反応】</p> <ul style="list-style-type: none"> 判別式 $D = b^2 - 4ac$ の値を求める <p>(1) $D = -8 < 0$ より, 解はないので, 共有点は0個 (2) $D = 8 > 0$ より, 異なる解は2個なので, 共有点は2個</p> <p>⑧判別式の値の符号を⑤の表に記入する。</p> <table border="1" data-bbox="730 1151 1098 1317"> <thead> <tr> <th>共有点</th> <th>解</th> <th>$D = b^2 - 4ac$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2個</td> <td>2個</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>1個</td> <td>1個</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0個</td> <td>0個</td> <td>-</td> </tr> </tbody> </table> <p>⑨〔練習〕の問題を解く。 (1) $D = 16 > 0$ \therefore 共有点の個数は2個 (2) $D = 0$ \therefore 共有点の個数は0個</p> | 共有点 | 解 | $D = b^2 - 4ac$ | 2個 | 2個 | + | 1個 | 1個 | 0 | 0個 | 0個 | - | <p>・2次方程式の解の個数が分かればよいことに気づかせる。</p> <p>・2次方程式の(実数)解の個数は $D = b^2 - 4ac$ の値で判別できることを確認する。</p> <p>・ $D = b^2 - 4ac$ の値で判別した結果が正しいことをグラフをかいて確認させる。</p> |
|-----------------------|------------|---|--|-----|-----------------|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|---|--|
| 共有点 | 解 | $D = b^2 - 4ac$ | | | | | | | | | | | | | | |
| 2個 | 2個 | + | | | | | | | | | | | | | | |
| 1個 | 1個 | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| 0個 | 0個 | - | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>ま と め</p> | <p>5分</p> | <p>⑩2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフとx軸と共有点の個数は $D = b^2 - 4ac$ の値によって, 次のように判別できる。</p> <table border="1" data-bbox="316 1809 683 1975"> <thead> <tr> <th>共有点</th> <th>解</th> <th>$D = b^2 - 4ac$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2個</td> <td>2個</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>1個</td> <td>1個</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0個</td> <td>0個</td> <td>-</td> </tr> </tbody> </table> | 共有点 | 解 | $D = b^2 - 4ac$ | 2個 | 2個 | + | 1個 | 1個 | 0 | 0個 | 0個 | - | <p>・授業では下に凸の場合だけを扱ったが, 上に凸の場合でも同様のことが成り立つことを確認する。</p> <p>・ワークシートに記名してあることを確認し, 提出させる。</p> | |
| 共有点 | 解 | $D = b^2 - 4ac$ | | | | | | | | | | | | | | |
| 2個 | 2個 | + | | | | | | | | | | | | | | |
| 1個 | 1個 | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| 0個 | 0個 | - | | | | | | | | | | | | | | |

(5) 評価

- ① 「2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸との共有点の個数」が 2 個, 1 個, 0 個のいずれかであることに気がついたか.
- ② 「2 次関数のグラフと x 軸との共有点がある場合, その x 座標」を求めるには, 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を解けばよいことを理解でき, 共有点の座標を求められたか.
- ③ 「2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸との共有点の個数」と「2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の個数」が等しいことを理解できたか.
- ④ 「2 次関数のグラフと x 軸との位置関係」を $D = b^2 - 4ac$ の値で判別できることに気づいたか

(6) 座席配置

| 教卓 | | | スクリーン | | | 移動黒板 | | |
|----|----|----|-------|--|----|------|--|---|
| 31 | | 29 | 26 | | 22 | 8 | | 9 |
| 35 | | 30 | 24 | | 18 | 1 | | 3 |
| 36 | | 34 | 25 | | 19 | 10 | | 4 |
| 37 | | 32 | 23 | | 21 | 12 | | 5 |
| 41 | 28 | 33 | 27 | | 17 | 13 | | 7 |

- 数字は出席番号 (28 番の生徒を除き, 通常の授業教室と同じ座席配置)
- 女子…イタリック体, 男子…アップライト体

VI 参考文献

- [1] 長岡 亮介/森 正武 編:「新編 数学 I 教授資料」, 旺文社, 2003 年.
- [2] 文部省:「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」, 実教出版, 1999 年.

VII 別添資料

- [1] 授業者作成ワークシート (B4 判) 1 枚
- [2] 授業者作成ワークシート (B5 判) 1 枚