1. ベクトルの演算

1. ベクトル

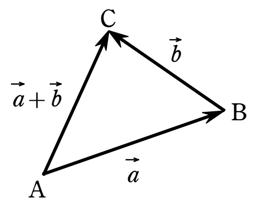
[1] **有向線分**　始点から終点に向かう向きを指定した線分（位置を問題にする）

[2] **ベクトル**　向きと大きさだけで定まる量（位置は問題にしない）

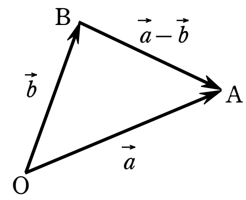
$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$	$\vec{a}$ は有向線分 AB の表す向きと大きさだけで定まる量
$\vec{a}$ の大きさ $\lvert\vec{a}\rvert$	$\vec{a}$ を表す有向線分の長さ
ベクトルの相等	$\vec{a}=\vec{b} \iff \vec{a}$ と $\vec{b}$ の向きが同じで大きさが等しい
逆ベクトル $-\vec{a}$	$\vec{a}$ と大きさが等しく向きが反対のベクトル
単位ベクトル $\vec{e}$	大きさが 1 のベクトル
零ベクトル $\vec{0}$	大きさが 0 のベクトル，向きは考えない

2. ベクトルの演算

[1] 加法　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$



[2] 減法　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$



[3] 実数倍 $k\vec{a}$

$\vec{a}\neq\vec{0}$ のとき　　$k>0$ ならば　$\vec{a}$ と向きが同じで，大きさが k 倍のベクトル

$k<0$ ならば　$\vec{a}$ と向きが反対で，大きさが $|k|$ 倍のベクトル

3. ベクトルの演算法則

[1] $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$　　[2] $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$　　[3] $k(l\vec{a})=(kl)\vec{a}$

[4] $(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$　　[5] $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$　　ただし，k，l は実数

注　$\vec{a}+(-\vec{a})=(-\vec{a})+\vec{a}=\vec{0}$，　$\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$，　$0\vec{a}=\vec{0}$，　$k\vec{0}=\vec{0}$

4. ベクトルの平行

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき　　$\vec{a}\parallel\vec{b} \iff \vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k がある

5. ベクトルの分解

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\nparallel\vec{b}$ のとき

[1] 任意のベクトル $\vec{p}$ は，次の形にただ 1 通りに表すことができる。

$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}\quad \text{ただし，} s, t \text{ は実数}$$

[2] $s\vec{a}+t\vec{b}=s'\vec{a}+t'b \iff s=s'$，$t=t'$　ただし，s，t，s'，t' は実数

[3] $s\vec{a}+t\vec{b}=\vec{0} \iff s=0$，$t=0$

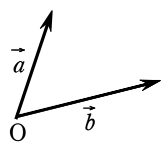
参考　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\nparallel\vec{b} \iff \vec{a}$，$\vec{b}$ が **1 次独立** である

例題

1. 正方形 ABCD の各頂点を始点，終点とする有向線分で表されるベクトルのうち，次のベクトルを求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と等しい　　(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と大きさが等しい

2. 右の図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，ベクトル $3\vec{a}-2\vec{b}$ を，点 O を始点とする有向線分で図示せよ。



3. (1) $7(3\vec{a}+\vec{b})-5(\vec{a}-2\vec{b})$ を簡単にせよ。

(2) 等式 $3(\vec{a}+\vec{b}-\vec{x})+\vec{b}=2\vec{a}+3\vec{b}$ を満たすベクトル $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

4. $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=2\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=3\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=6\vec{b}-4\vec{a}$ であるとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} /\!/ \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ であることを示せ。ただし，$\vec{a}\fallingdotseq\vec{0}$，$\vec{b}\fallingdotseq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないものとする。

5. $\triangle$ABC において $2\overrightarrow{\mathrm{BP}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$，$2\overrightarrow{\mathrm{AQ}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のとき，四角形 ABPQ はどのような形か。

6. 平行四辺形 ABCD の辺 ABを 2：1 に内分する点を E とし，BD と EC の交点を F とし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ するとき，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ を $\vec{b}$ と $\vec{d}$ を用いて表せ。

7. 正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{u}$，$\overrightarrow{\mathrm{BD}}=\vec{v}$ とするとき，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を $\vec{u}$，$\vec{v}$ で表せ。