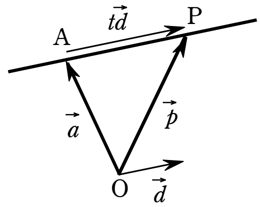
6. ベクトル方程式

1. 直線

$\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ とし，s，t は実数の変数とする。

[1] 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$ を通り，$\vec{d}=(l,\ m)\ (\neq\vec{0})$ に平行な直線



(1) ベクトル方程式

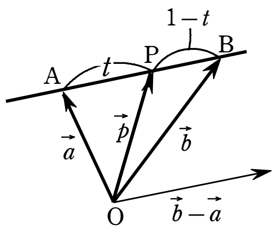
$$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}\qquad \vec{d}\text{：方向ベクトル}$$

(2) 媒介変数表示

$$\begin{cases} x=x_1+lt \\ y=y_1+mt \end{cases}\qquad t\text{：媒介変数}$$

注　t を消去すると　$m(x-x_1)-l(y-y_1)=0$

[2] 異なる 2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線



(1) ベクトル方程式

① $\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$

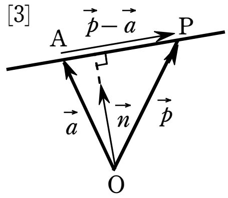
② $\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}\quad (s+t=1)$

(2) 媒介変数表示

$$\begin{cases} x=x_1+(x_2-x_1)t \\ y=y_1+(y_2-y_1)t \end{cases}\qquad t\text{：媒介変数}$$

注　t を消去すると　$(y_2-y_1)(x-x_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)=0$

[3] 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$ を通り，$\vec{n}=(a,\ b)\ (\neq\vec{0})$ に垂直な直線



(1) ベクトル方程式

$$\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{a})=0\qquad \vec{n}\text{：法線ベクトル}$$

(2) 方程式

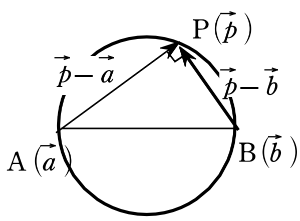
$$a(x-x_1)+b(y-y_1)=0$$

注　$ax+by+c=0$ の法線ベクトルの 1 つは $\vec{n}=(a,\ b)$ である。

2. 円のベクトル方程式

[1] 中心 $\mathrm{C}(\vec{c})$，半径 r の円

$$|\vec{p}-\vec{c}|=r$$



[2] 2 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を直径の両端とする円

$$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$$

例題

1. A$(-1,\ 5)$，B$(2,\ 4)$，$\vec{d}=(1,\ -2)$ とする。次の直線の媒介変数表示を媒介変数を t として求めよ。また，t を消去した式で表せ。

(1) A を通り，$\vec{d}$ に平行な直線　　(2) 2 点 A，B を通る直線

2. (1) A$(5,\ -1)$ を通り，$\vec{n}=(1,\ -3)$ に垂直な直線の方程式をベクトルを用いて求めよ。

(2) 2 直線 $2x-4y+11=0$，$x+3y-12=0$ のなす鋭角 α を求めよ。

3. 次のような円の方程式を，ベクトルを用いて求めよ。

(1)　中心が A $(1,\ 5)$ で，点 B $(2,\ 2)$ を通る円

(2)　2 点 A $(5,\ 0)$，B $(9,\ 4)$ を直径の両端とする円

4. 3 点 A $(-1,\ 0)$，B $(2,\ 5)$，C $(5,\ 4)$ に対して，条件 $\left|\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}\right|=3$ を満たす動点 P はどのような図形を描くか。