

4. 位置ベクトル

1. 位置ベクトル

[1] 平面上で点 O を定めておくと、点 P の位置はベクトル $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ によって決まる。

\vec{p} : 点 O に関する点 P の位置ベクトル

$P(\vec{p})$: 位置ベクトルが \vec{p} である点 P

[2] 2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ に対して

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

2. 内分点・外分点・三角形の重心

[1] 2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ に対して、線分 AB の $m:n$ に分ける点の位置ベクトル

内分点 $\frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$

外分点 $\frac{-n\vec{a} + m\vec{b}}{m-n}$

中点 $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$

[2] 3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心の位置ベクトル

$$\frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$

例題

1. 2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB について, 次の点の位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} で表せ。
- (1) $5:3$ に内分する点 (2) $2:5$ に外分する点

2. $\triangle ABC$ の重心を G とするとき, 任意の点 P に対して, 等式 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} - 2\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{GC}$ が成り立つことを証明せよ。

3. $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB を, それぞれ $1:3$, $3:2$, $2:1$ に内分する点を D , E , F とする。線分 AD , BE , CF を, それぞれ $8:3$, $5:6$, $9:2$ に内分する点は, 同じ点であることを証明せよ。