2. ベクトルの成分

1. ベクトルの基本ベクトル表示と成分表示

基本ベクトル　座標平面上で，x 軸，y 軸の正の向きと同じ向きの単位ベクトル

$$\vec{e_1}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ \vec{e_2}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

基本ベクトル表示　O を原点とする。$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ である点 A の座標が $(a_1,\ a_2)$ のとき

$$\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}\ \cdots\cdots (*)$$

成分表示　$\vec{a}$ の基本ベクトル表示が $(*)$ であるとき　$\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$

ベクトルの相等　$\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$，$\vec{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$ について　$\vec{a}=\vec{b} \iff a_1=b_1,\ a_2=b_2$

ベクトルの大きさ　$\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$ のとき　$|\vec{a}|=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}$

2. 和，差，実数倍の成分表示

和・差　$\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}\pm\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\pm b_1\\a_2\pm b_2\end{pmatrix}$（複合同順）

実数倍　$k\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ka_1\\ka_2\end{pmatrix}$（$k$ は実数）

3. 2 点 A，B とベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ について，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$ となるので

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\begin{pmatrix}b_1-a_1\\b_2-a_2\end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$$

$\boxed{\text{例題}}$

1. $\vec{a}=(4,\ 5)$, $\vec{b}=(-1,\ 4)$ について

(1) $3\vec{a}-2\vec{b}$ を成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

(2) $2(\vec{x}-3\vec{a})-3(\vec{b}-\vec{x})=\vec{x}$ を満たす $\vec{x}$ を成分で表せ。

2. $\vec{a}=(2,\ -1)$，$\vec{b}=(3,\ -2)$ のとき，$\vec{c}=(-6,\ 5)$ を $s\vec{a}+t\vec{b}$ の形に表せ。

3. $\vec{p}=(5,\ 1)$，$\vec{q}=(-3,\ 2)$，$\vec{r}=(1,\ -1)$ とする。$\vec{p}+t\vec{q}$ と $\vec{r}$ が平行になるように，実数 t の値を定めよ。

4. 原点を O とし，A$(-2,\ 3)$，B$(-4,\ -1)$，C$(4,\ 2)$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

(2) 四角形 ABCD が平行四辺形のとき，D の座標を求めよ。